

Jean Jaques Howard Capristano Furtado

Otimização de Longarinas de Pontes em Concreto Armado

Brasil

2018

Jean Jaques Howard Capristano Furtado

Otimização de Longarinas de Pontes em Concreto Armado

Trabalho de Conclusão de Curso
submetido à Universidade Federal
de Santa Catarina como requisito
parcial para obtenção de título de
Bacharel em Engenharia Civil.

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Civil
Programa de Graduação em Engenharia Civil
Orientador: Rafael Holdorf

Brasil
2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Furtado, Jean Jaques Howard Capristano
Otimização de Longarinas de Pontes em Concreto Armado /
Jean Jaques Howard Capristano Furtado ; orientador, Rafael
Holdorf Lopez, 2018.
108 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico,
Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2018.

Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. Otimização . 3. Longarinas . 4.
Pontes em concreto armado. 5. Fauchart. I. Holdorf Lopez,
Rafael . II. Universidade Federal de Santa Catarina.
Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

Jean Jaques Howard Capristano Furtado

Otimização de Longarinas de Pontes em Concreto Armado

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgada adequada para obtenção do Título de Bacharel, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Graduação em Engenharia Civil

Florianópolis, 19 de Junho de 2018:



Prof.ª Dr.ª. Luciana Rohde
Coordenadora do Curso



Prof. Dr. Rafael Holdorf Lopez
Orientador

Dedico esse trabalho à minha família...

"S ka badu ka ta biradu"

— Eugénio Tavares

Agradecimentos

À minha família, em primeiro lugar, por ter acreditado sempre em mim, mesmo quando decidi sair da minha terra natal, da minha zona de conforto e trilhar o meu caminho em um lugar distante.

À minha mãe Rosalina Vaz Furtado por ser a melhor mãe do mundo e pela total confiança depositada em mim. Ao meu professor orientador Dr. Rafael Holdorf Lopez pela dedicação ao longo da execução deste trabalho e por sempre acreditar em mim.

Ao professor Dr. Jano d'Araujo Coelho pelas dicas de engenharia, ajuda e longas conversas sobre o comportamento estrutural das obras de engenharia e por ter aceitado participar da banca avaliadora desse trabalho.

Ao engenheiro Felipe Carraro por participar da banca avaliadora.

Aos demais professores do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina por terem contribuído pela minha formação como engenheiro civil, profissional e como pessoa.

Aos meus amigos que sempre me apoiaram, acreditaram e estiveram presentes na minha vida.

À RKS engenharias pela oportunidade de estágio, aprendizado e vivência profissional.

À toda comunidade cabo-verdiana de Florianópolis que desde que cheguei no Brasil tem sido como uma segunda família pra mim.

Ao Império Futebol Clube e Represa City Futebol Clube por todos momentos de futebol que passamos durante anos e que ajudou a aliviar o estresse do dia a dia.

E para finalizar agradeço do fundo do meu coração ao Brasil por ter me acolhido por todo esse tempo da minha graduação.

"Antis d implora pa ser eterno pidi pa ser verdadero"

— Yannick Frederico

Resumo

Neste presente trabalho de conclusão de curso será feito a otimização de longarinas de pontes em concreto armado com uma seção composta pelo tabuleiro, apoiando em três longarinas e transversinas somente nos apoios. A análise estrutural será feita utilizando o processo clássico de Fauchart e para validar os resultados será utilizado um programa comercial com uma abordagem em elementos finitos. Será feito o dimensionamento respeitando as restrições normativas da ABNT conforme as normas convenientes e para validar os resultados será utilizado um outro programa comercial de análise estrutural. A verificação do Estado Limite de Serviço (ELS) não será abordada nesse trabalho, pois, a melhor solução para resolver os problemas do ELS nem sempre é a alteração da seção das longarinas. A função objetivo a ser otimizada é o custo de um metro de ponte e serão feitas duas análises, uma com a mão de obra e outra sem a mão de obra. O processo de otimização conta com cinco variáveis de projeto que representam a seção da ponte e mais uma variável que é a resistência característica do concreto de projeto. Será feita a otimização de quatro pontes com o vão livre variando de 15 metros a 30 metros e com esses exemplos avaliar as variáveis de maior importância e correlações que possam ajudar um projetista na hora de definir a seção de uma ponte em concreto armado.

Palavras-chaves: Otimização estrutural - *Search Group Algorithm* - Longarinas - Pontes - Fauchart - SGA

Lista de Figuras

Figura 1 – Divisão da estrutura de uma ponte	30
Figura 2 – Ponte de pedra. Junciana-Espanha	31
Figura 3 – Aqueduto de Segóvia - Espanha	32
Figura 4 – Ponte estaiada sobre o Rio Pinheiros em São Paulo .	33
Figura 5 – Classificação estrutural das pontes	35
Figura 6 – Valores de k em função do ângulo de incidência . . .	39
Figura 7 – Veículo tipo	40
Figura 8 – Esforços em uma longarina isolada	44
Figura 9 – Ponte em grelha com transversinas flexíveis	45
Figura 10 – Vigas de seção T e retangular	50
Figura 11 – Distribuição de tensões na mesa	50
Figura 12 – Largura de mesa colaborante	51
Figura 13 – Seção T genérica	52
Figura 14 – a) Seção, b) Deformações, c) Diagrama parábola-retângulo, d) Diagrama retângulo	52
Figura 15 – Viga de seção T com a linha neutra na alma	54
Figura 16 – Espaçamentos mínimos	55
Figura 17 – Taxas mínimas de armadura à flexão	56
Figura 18 – Viga representada segundo a treliça clássica de Ritter	57
Figura 19 – Etapa de exploração do SGA	64
Figura 20 – Etapa de exploração do SGA	66
Figura 21 – Etapa de exploração do SGA	67
Figura 22 – Seção genérica e as variáveis de projeto	70
Figura 23 – a) Seção ótima do exemplo 1, b) Longarinas da ponta, c) Longarina do meio	75
Figura 24 – a) Seção ótima do exemplo 2, b) Longarinas da ponta, c) Longarina do meio	78
Figura 25 – a) Seção ótima do exemplo 3, b) Longarinas da ponta, c) Longarina do meio	81

Figura 26 – a) Seção ótima do exemplo 4, b) Longarinas da ponta,
c) Longarina do meio 84

Figura 27 – Seção transversal da ponte adotada (dimensões em cm)104

Figura 28 – Maior momento fletor na longarina 1 105

Figura 29 – Maior esforço cortante na longarina 1 105

Figura 30 – Maior momento fletor na longarina 2 105

Figura 31 – Maior esforço cortante na longarina 2 106

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Classes de carga móvel	40
Tabela 2 – Limites das variáveis	70
Tabela 3 – Propriedades dos exemplos (1, 2, 3 e 4)	72
Tabela 4 – Carregamentos na ponte	72
Tabela 5 – Custo dos materiais	72
Tabela 6 – Resultados Exemplo 1 - vão de 15m	73
Tabela 7 – Comparação dos esforços - Exemplo 1	74
Tabela 8 – Comparação dos detalhamentos - Exemplo 1	74
Tabela 9 – Resultados Exemplo 2	76
Tabela 10 – Comparação dos esforços - Exemplo 2	77
Tabela 11 – Comparação dos detalhamentos - Exemplo 2	77
Tabela 12 – Resultados Exemplo 3 - Vão de 25m	79
Tabela 13 – Comparação dos esforços - Exemplo 3	80
Tabela 14 – Comparação dos detalhamentos - Exemplo 3	80
Tabela 15 – Resultados Exemplo 4 - Vão de 30m	82
Tabela 16 – Comparação dos esforços - Exemplo 4	82
Tabela 17 – Comparação dos detalhamentos - Exemplo 4	83
Tabela 18 – Custo dos materiais	87
Tabela 19 – Resultados Exemplo 1 com a mão de obra - Vão de 15m	89
Tabela 20 – Resultados Exemplo 2 com a mão de obra - Vão de 20m	90
Tabela 21 – Resultados Exemplo 3 com a mão de obra - Vão de 25m	91
Tabela 22 – Resultados Exemplo 4 com a mão de obra - Vão de 30m	92
Tabela 23 – Ações consideradas na ponte	104
Tabela 24 – Propriedades	104
Tabela 25 – Comparação de esforços	106

Tabela 26 – Carregamento nas vigas	107
Tabela 27 – Comparação de detalhamento à flexão	108
Tabela 28 – Comparação de detalhamento ao cisalhamento . . .	108

Lista de Siglas e Normas Técnica

ABNT	- Associação Brasileira de Normas Técnicas
DNIT	- Departamento Nacional de Infraestrutura de Transporte
ELU	- Estado Limite Último
ELS	- Estado Limite de Serviço
SGA	- Search Group Algorithm
NBR 7187 (2003)	- Projeto de pontes de concreto armado e protendido
NBR 7188 (2013)	- Carga móvel rodoviária e de pedestre em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas
NBR 6123 (1988)	- Forças devidas ao vento em edificações
NBR 6118 (2014)	- Projeto de estruturas de concreto
NBR 8681 (2003)	- Ações e segurança nas estruturas

Lista de símbolos

f_{ck}	Resistência característica do concreto aos 28 dias, expressa em MPa;
f_{cd}	Resistência de cálculo do concreto, $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4}$;
f_{yk}	Resistência característica à tração do aço, expressa em MPa;
f_{yd}	Resistência à tração de cálculo do aço, $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15}$;
f_{ywd}	Tensão de cálculo na armadura transversal passiva, limitada ao valor f_{yd} no caso de estribos e a 70% desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando, para ambos os casos, valores superiores a 435 MPa.
α	Ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, podendo estar entre $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$
S	Espaçamento entre elementos da armadura transversal A_{sw} medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural.
M_{sd}	Momento solicitante de cálculo; $M_{sd} = 1,4 \times$ Momento fletor atuante, expressa em kN.m;
M_{rd}	Momento resistente de cálculo;
d	Distancia do centro de gravidade da armadura à borda superior da viga, ver Figura 14.
x	Posição da linha neutra na seção;
A_s	Área de aço calculada, expressa em cm^2 ;

$A_{s_{efetivo}}$	Área de aço que realmente vai ser colocada na viga;
c	Cobrimento da viga;
ϕ	Bitola do aço;
ϕ_t	Bitola da armadura transversal;
ρ_{min}	Taxa de armadura mínima;
$\rho_{máx}$	Taxa de armadura máxima;
ε_c	Deformação do concreto;
ε_s	Deformação do aço;

Sumário

Lista de Figuras	15
Lista de Tabelas	17
1 Introdução	25
1.1 Objetivos	26
1.2 Justificativa e motivação	27
1.3 Limitações	28
2 Pontes	29
2.1 Conceitos	29
2.2 História das pontes	30
2.3 Classificação das pontes	34
2.4 Solicitações	36
2.4.1 Ações Permanentes	36
2.4.2 Ações variáveis	38
3 Análise estrutural	43
3.1 Fauchart	43
3.2 Método dos elementos finitos	46
4 Dimensionamento no ELU	49
4.1 Dimensionamento à flexão	52
4.1.1 Áreas mínima e máxima de aço	55
4.2 Dimensionamento ao esforço cortante	56
4.2.1 Modelo I	57
4.3 Armadura mínima	59
4.4 Limitações construtivas	60
4.4.1 Espaçamento mínimo e máximo	60
4.4.2 Diâmetro do Estribo	61
5 Algoritmo do grupo de pesquisa	63
6 Estudo de caso	69
6.1 Exemplo 1 - vão de 15 metros	73
6.2 Exemplo 2 - vão de 20 metros	75

6.3	Exemplo 3 - vão de 25 metros	78
6.4	Exemplo 4 - vão de 30 metros	81
6.5	Análise dos resultados	84
6.6	Análise considerando a mão de obra	87
6.6.1	Exemplo 1 com a mão de obra - vão de 15 metros	88
6.6.2	Exemplo 2 com a mão de obra - vão de 20 metros	90
6.6.3	Exemplo 3 com a mão de obra - vão de 25 metros	91
6.6.4	Exemplo 4 com a mão de obra - vão de 30 metros	92
6.6.5	Análise dos resultados	93
7	Conclusão	95
7.1	Trabalhos futuros	97
	Referências	99
8	Apêndice	103
8.1	Apêndice A	103
8.1.1	Validação dos esforços	103
8.2	Apêndice B	107
8.2.1	Validação do detalhamento	107

Capítulo 1

Introdução

A palavra otimização tem sido muito utilizada nas áreas de engenharia nos últimos anos, isto devido à necessidade de utilizar-se menos matéria prima e de ter um menor custo na construção. Com a situação econômica atual do Brasil, a busca por projetos com menos custo tem sido primordial, nesse intuito, esse trabalho visa otimizar algumas seções usuais das longarinas de pontes em concreto armado.

Denomina-se ponte uma obra destinada a transposição de obstáculos tais como rios, braços de mar e vales profundos. Uma ponte é formada por três partes principais: a superestrutura composta de lajes, longarinas e transversinas, a mesoestrutura constituída pelos pilares, e a infraestrutura, formada pelas estruturas de fundação. O objetivo principal desse trabalho é otimização de um elemento da superestrutura (as longarinas) e não foi adotada o uso de transversinas intermediárias, somente nos apoios.

Por não adotar o uso de transversinas intermediárias, a análise dos esforços será feito pelo método de Fauchart que permite uma análise sem o uso de transversinas. Para validar os esforços obtidos pelo código desenvolvido será utilizado o software (*SAP 2000* versão 19) que usa uma análise por elementos finitos. Com os esforços atuantes nas longarinas parte-se para o dimensionamento de acordo com a NBR 6118 (2014), sendo que nesse trabalho será tratada somente do Estado Limite Ultimo

(ELU) da peça. Será usado o software *Eberick* versão 2018 para validar os resultados do dimensionamento da peça, comparando a área de aço necessária e a quantidade de barras utilizada.

Esses procedimentos (análise estrutural e dimensionamento) serão repetidas várias vezes pelo algoritmo otimizador (SGA-Search Group Algorithm) com o objetivo de convergir para um mínimo global. A função objetivo dos exemplos tratados nesse trabalho é o custo por metro de ponte, nos primeiros exemplos esse custo contempla o custo de concreto e aço utilizado, já nos últimos exemplos contempla além dos já mencionados, o custo da mão de obra também.

Serão apresentados oito exemplos agrupados em duas etapas, a primeira sendo quatro exemplos variando o vão central da ponte e com a resistência característica do concreto (f_{ck}) de projeto fixo em 35 MPa. Na segunda etapa o f_{ck} é considerado uma variável de projeto e é adicionado o custo da mão de obra para ver as mudanças nos projetos ótimos encontrados na primeira etapa, definir o f_{ck} ótimo e realizar algumas correlações entre as variáveis de projeto.

O trabalho possui mais cinco capítulos além deste, sendo eles: o capítulo dois que apresenta algumas definições e uma breve história de como as pontes tem vindo a desenvolver-se com o passar dos anos, os capítulos três e quatro que apresentam a análise estrutural e o dimensionamento no ELU respectivamente, já o capítulo cinco fala sobre o algoritmo otimizador utilizado e para finalizar apresenta-se os exemplos avaliados no capítulo seis.

1.1 Objetivos

O objetivo principal desse trabalho é encontrar a seção ótima referente às longarinas de uma ponte em concreto armado, respeitando as restrições normativas e de ELU. Além disso, como objetivo específico tem-se:

- Entender a influencia de cada variável no resultado final (custo da obra);

- Encontrar o f_{ck} ideal para o concreto em cada exemplo;
- Determinar as bitolas de armadura mais utilizadas;
- Avaliar se existe alguma correlação entre a altura da viga e o vão livre.

Sendo assim, pretende-se que o trabalho sirva como uma ferramenta para auxiliar o calculista na hora de dimensionar uma ponte em concreto armado.

1.2 Justificativa e motivação

A principal justificativa é a diminuição de custos e material sendo que pontes e viadutos são construções que demandam um grande financiamento e são importantes para o escoamento da população e desenvolvimento do país. Sendo assim a fase de projeto é muito importante em uma obra como essa, nesse sentido busco com esse trabalho encontrar a seção ótima para as longarinas de algumas pontes, tornando assim o custo por metro de ponte o mais baixo possível respeitando todas as restrições.

Hoje em dia para realizar um projeto de ponte, é feito uma estimativa inicial de uma seção e depois é verificado o ELU e ELS, caso a seção não respeite um desses estados, é feito uma nova estimativa para ser avaliada. Com esse processo não se tem a garantia de que o resultado obtido é a mais econômica entre todas as soluções possíveis, podendo levar a um gasto desnecessário de dinheiro e recursos naturais. Se nessa etapa inicial, o projetista tiver um programa que fornece uma solução que respeita as restrições normativas e apresenta um custo baixo, deixando com que o projetista complemente essa solução com pequenos ajustes em alguns pontos específicos, pode-se dizer com toda a certeza que o resultado final será mais econômico do que com o método anterior.

Uma outra motivação para o desenvolvimento desse trabalho é o sonho de construir pontes ligando algumas das ilhas do arquipélago de Cabo Verde (terra natal do autor).

1.3 Limitações

O trabalho limita-se à análise somente das longarinas e o dimensionamento verificando apenas o ELU. Uma outra análise deve ser feita para o ELS das longarinas, lembrando que a melhor solução nesse caso nem sempre é a troca da seção, podendo ser a utilização de barras de aço à compressão na parte superior da viga e/ou fazer uma contra flecha. Para contemplar toda a superestrutura é necessário avaliar ainda o tabuleiro e depois seguir para a mesoestrutura e a infraestrutura.

Capítulo 2

Pontes

2.1 Conceitos

Muitos autores como [STUCCHI \(2006\)](#) e [PFEIL \(1980\)](#) denominam pontes como 'Obras de arte' isso devido ao seu processo criativo, tecnologias empregadas e da sua importância para com a sociedade.

Denomina-se ponte, a obra de engenharia em que o objetivo principal é atravessar obstáculos e dar continuidade a uma via, sejam eles rios, lagos, braços de mar e outros corpos hídricos. Quando esses obstáculos são vales, outras vias ou qualquer interferência não constituído por água, emprega-se o termo viaduto. Existem outras denominações como por exemplo a de passarelas, que é uma ponte/viaduto exclusivo para o uso de pedestres e em alguns casos ciclistas também, viaduto de acesso que são trechos antecedentes à uma ponte/viaduto, pontilhões que são pontes com um vão de até 6 metros.

Por serem obras geralmente de grande porte e com muito valor para a sociedade, alguns requisitos devem ser atendidos. [O'CONNOR \(1975\)](#) e [STUCCHI \(2006\)](#) ressaltam algumas premissas fundamentais de qualquer estrutura, tais como: segurança quanto ao carregamento previsto em projeto para a sua utilização, manter as suas características durante a sua vida útil, ser esteticamente agradável de modo a satisfazer o maior numero possível de pessoas que vão o utilizar, ser econômico

e funcional. [Duan & Chen \(1999\)](#) destaca ainda algumas premissas a considerar como por exemplo a sustentabilidade e o impacto ao meio ambiente.

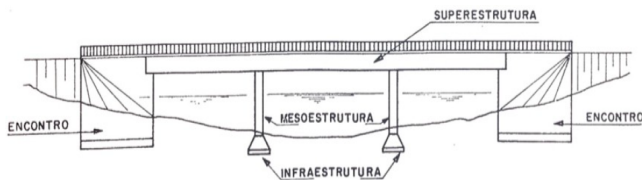
As pontes são divididas em 3 (três) conjuntos estruturais importantes, sendo elas a superestrutura, mesoestrutura e a infraestrutura conforme a Figura 1.

Superestrutura: é a parte superior da obra constituída principalmente por longarinas, transversinas e o tabuleiro. É a parte que se tem maior contato com o usuário, pois é onde passa a pista de rolagem dos veículos e/ou pista de pedestre. Ela é responsável por transferir os esforços provenientes da utilização para a mesoestrutura.

Mesoestrutura: constituída principalmente por pilares, tem a finalidade de transferir os esforços da superestrutura para a infraestrutura sem obstruir as movimentações quer seja de barcos ou veículos que trafegam por baixo.

Infraestrutura: é responsável por transferir os esforços para o maciço rochoso. É constituída principalmente por blocos de coroamento, sapatas, estacas e tubulões.

Figura 1 – Divisão da estrutura de uma ponte



[Pfeil \(1979\)](#)

2.2 História das pontes

A necessidade de transpor obstáculos como rios e lagos sempre esteve presente na humanidade, quer seja para procurar alimentos, matéria prima ou de simplesmente explorar outros lugares. As primeiras

'pontes' surgiram ao observar que uma árvore quando caía sobre rios, tornava em um caminho para o outro lado, sendo assim o objetivo foi imitar a natureza utilizando troncos de árvores, pedras e tábuas de madeira. Com o passar dos tempos o homem deixou de ser um nômade e passou a ser mais sedentário, com isso foi preciso construções mais duradouras surgindo assim as pontes de pedra como mostra a Figura 2 em aproximadamente 400 a.C.

Figura 2 – Ponte de pedra. Junciana-Espanha



OLIVEIRA & PIEROTT (2016)

Com o passar dos anos e o desenvolvimento da humanidade, surge o Império Romano que foram grandes construtores de pontes para o transporte de pessoas, cargas e dutos. A primeira ponte do Império Romano datada em 621 a.C. nomeada Pons Sublicius ("ponte das Estacas") apresentada na Figura 3 onde se pode ver os formatos de arco muito utilizado naquela época. Esse formato de arco foi sendo desenvolvida dando espaço para os arcos ogivais, ou arco quebrado que era muito empregada na construção de cúpulas das antigas catedrais da arquitetura gótica.

Com a Revolução industrial e o desenvolvimento da indústria metalúrgica surgem as pontes treliçadas ainda em formatos de arco, mas com maior leveza e vencendo maiores vãos. Os materiais utilizados foram

melhorando cada vez mais como por exemplo a troca da utilização do aço fundido para o aço-carbono que possui uma maior resistência, porém as técnicas de pontes suspensas, em arco e treliçadas foram mantidas.

Figura 3 – Aqueduto de Segóvia - Espanha



OLIVEIRA & PIEROTT (2016)

A necessidade de vencer grande vãos aumentava com o aumento das tecnologias, assim surgiu a necessidade para fazer pontos de fundação no meio de rios extensos e de grande profundidade. Surgindo assim uma técnica muito arriscada que causou a morte de vários operários na época, que é o tubulão pressurizado. Essa técnica consiste em fazer uma abertura no rio onde os operários começavam a escavar até chegar na rocha para fazer a fundação, sendo essa escavação feita sobre pressão para que não tivesse entrada da água.

Com o passar dos anos, precisamente após a segunda guerra mundial popularizou a construção de pontes em concreto armado, suspensas por cabos e posteriormente de concreto protendido. E assim surgiram pontes como a do Rio-Niterói e a Octávio Frias de Oliveira em São Paulo que passa sobre o Rio Pinheiros no Brasil.

Ainda sobre as pontes suspensas por cabos, destaque para as pontes pênséis que inicialmente sofreram grandes dificuldades devido à estabilidade ao vento com destaque a ruína da ponte Tacoma Narrows nos Estados Unidos da América. Porém esse problema foi bem solucionado com o uso de cabos inclinados, sendo o engenheiro John Roebling

o pioneiro nessa área. Hoje temos belíssimas pontes pênséis como é o caso da Golden Gate no estado da Califórnia nos EUA.

Já as pontes estaiadas se desenvolveram principalmente na Alemanha com o uso de aços com elevada resistência, mas a pioneira dessa técnica foi construída na Suécia em 1955, a Ponte Stromsund [Tang \(2007\)](#).

Figura 4 – Ponte estaiada sobre o Rio Pinheiros em São Paulo



[OLIVEIRA & PIEROTT \(2016\)](#)

Hoje além do desenvolvimento das técnicas de construção e materiais, tem-se software de modelagem bem sofisticada utilizando elementos finitos para ver pontos de maior concentração das tensões além dos tuneis de vento para ver o comportamento à rajadas de vento em diferentes direções. Mas ainda temos muito para melhorar e esse trabalho de otimização vem para agregar à essa busca de construções inteligentes, com menos desperdícios, impacto ambiental e custo.

2.3 Classificação das pontes

Como foi visto na seção anterior, as pontes foram se modificando ao longo do tempo dando origem a novas técnicas de construção, materiais, uso etc. Sendo assim podemos classificar as pontes segundo a sua finalidade/uso, material constituinte, técnica estrutural, tipo de construção, mobilidade, tempo de utilização e extensão do vão.

- **Finalidade** - podem ser para o tráfego de veículos (rodoviário), de locomotivas (ferroviário) ou de pedestres.

- **Material** - podem ser de madeira, aço, concreto armado, protendido e misto.

- **Técnica estrutural** - Estaiadas, pênsil, treliçadas, arcos, em vigas contínuas e lajes. A Figura 5 demonstra algumas técnicas.

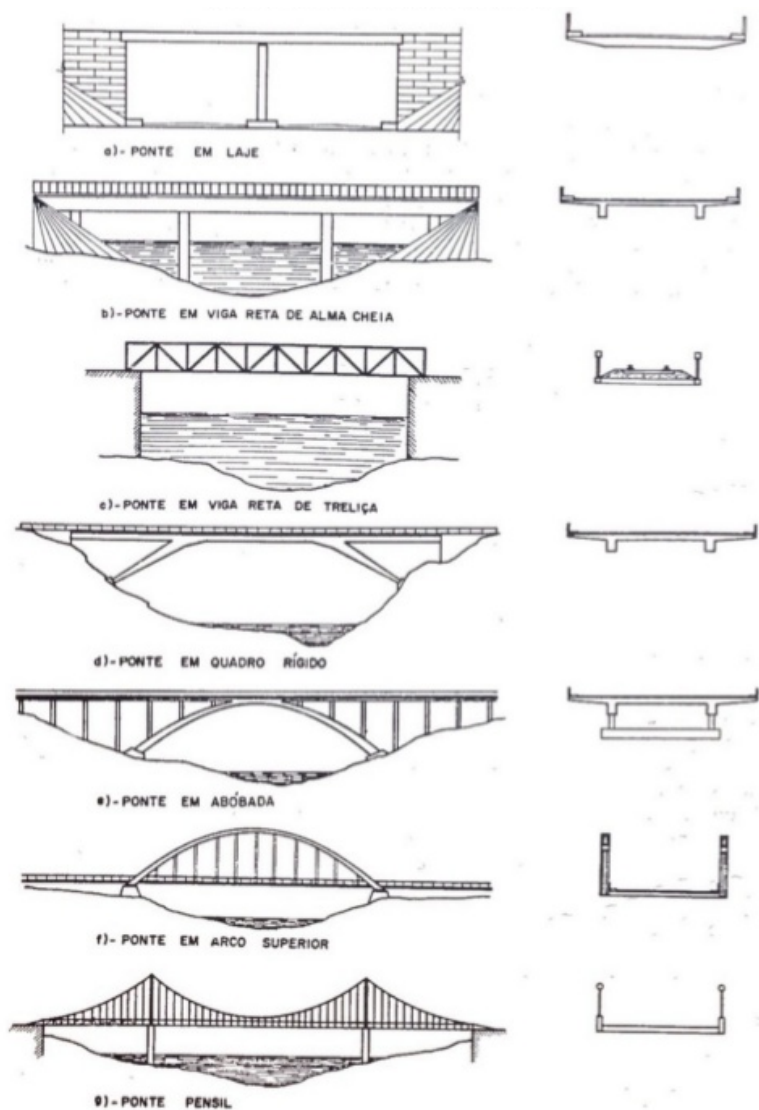
- **Tipo de construção** - moldada in loco ou pré-moldada.

- **Mobilidade** - pode ser com estrado fixo ou móvel.

- **Tempo de utilização** - provisória ou de longa duração.

- **Extensão do vão** - podem ser pontilhões (até 6 metros) ou pontes.

Figura 5 – Classificação estrutural das pontes



Pfeil (1979)

2.4 Solicitações

Nessa seção serão definidas todas as ações que podem agir em uma ponte, porém nem todas serão consideradas nos exemplos desse trabalho. Segundo a NBR 8681 (2003) de ações e segurança nas estruturas, "ações são causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas ". Sendo assim pode-se classificar as ações em permanentes, variáveis e excepcionais. Para as estruturas de pontes deve-se consultar a norma NBR 7188 (2013) que estabelece as cargas móveis de uma ponte/viaduto e a NBR 7187 (2003) - projeto de pontes em concreto armado e protendido que estabelece as outras ações.

2.4.1 Ações Permanentes

Segundo a norma NBR7187 (2003) as ações permanentes são aquelas cujas intensidades podem ser consideradas como constantes ao longo da vida útil ou que crescem no tempo, tendendo a um valor limite constante. Essas ações dependem bastante do material e da técnica de construção empregada, lembrando que a melhor solução nem sempre é a com menos peso, pois podem aparecer problemas com a ação do vento e veículo tipo. A mesma normatização estabelece as ações consideradas como permanentes em uma ponte, sendo elas:

- **Peso próprio dos elementos estruturais** - para computar o peso da estrutura deve-se calcular o seu volume e multiplicar pelo peso específico do material utilizado, sendo que para o concreto armado deve-se utilizar o valor de $25 \text{ kN}/\text{m}^3$. Esse peso deve ser dividido por uma unidade linear (m) ou de área (m^2) dependendo do tipo da estrutura.

- **Pavimentação** - análoga ao caso anterior, deve-se calcular o volume e multiplicar pelo peso específico que nesse caso é de $24 \text{ kN}/\text{m}^3$ (material betuminoso) e dividir pela área em que se aplica. Deve-se lembrar do caimento da rodovia para escoar a água da chuva e além disso a NBR 7187 (2003) prevê uma carga adicional de $2 \text{ kN}/\text{m}^2$ para o recapeamento. Ao se tratar de pontes com grande dimensões essa carga adicional fica a critério do proprietário da obra.

- **Peso próprio de elementos não estruturais** - deve ser considerado o peso dos revestimentos, barreiras, guarda-rodas, dispositivos de sinalização, guarda-corpos, trilhos, dormentes e lastros existentes na ponte. No caso dos lastros ferroviários, a norma NBR 7187 determina um peso específico aparente de 18 kN/m^3 e que atinja o nível superior dos dormentes e preencha completamente o espaço limitado pelos guarda-lastros, até o seu bordo superior, mesmo se na seção transversal do projeto assim não for indicado. A mesma normatização reforça que na ausência de indicações precisas, a carga referente aos dormentes, trilhos e acessórios deve ser considerada no mínimo igual a 8 kN/m por via. Quanto às barreiras, normalmente de concreto ou aço, devem possuir altura, perfil e capacidade resistente adequados para evitar a queda de veículos, absorver choques laterais e redirecioná-lo à pista de rolamento [SPERNAU \(2012\)](#). Segundo o DNIT a barreira mais utilizada é o padrão New Jersey.

- **Empuxo de terra** - podem ser de natureza ativo, passivo ou de repouso e para determiná-los deve-se considerar os princípios da mecânica dos solos em função das características do terreno, inclinação dos taludes e paramentos considerando sempre o pior caso. A norma NBR 7187 especifica um peso específico úmido do solo em 18 kN/m^3 , ângulo de atrito interno máximo de 30° e alerta que o empuxo passivo só deve ser considerado se a sua ocorrência puder ser garantida ao longo de toda a vida útil da obra.

- **Empuxo de água** - consiste no estudo do nível máximo e mínimo dos cursos de água e lençol freático. Sempre deve-se considerar o pior caso para o dimensionamento de cada estrutura.

- **Força de protensão** - O uso da armadura ativa é uma técnica muito interessante que permite reduzir fissurações, deformações e ter uma melhor resistência no ELU. A força de protensão e as perdas devem ser definidas segundo as diretrizes da norma NBR 6118 (2014) e devem ser analisadas para as diferentes etapas da construção e carregamento para que a peça possa trabalhar sempre na faixa de tensões em que foi dimensionado.

- **Deformações impostas** - alguns esforços podem aparecer nos elementos estruturais das pontes devido a deformações excessivas ou não previstas em projeto. As causas variam desde ações como a temperatura, retração do concreto, fluência até deslocamento da fundação. Deve ser feito um estudo prevendo essas ações a fim de não acarretar em esforços adicionais expressivos.

2.4.2 Ações variáveis

As ações de caráter variável são aquelas cujos valores alteram significativamente ao longo da vida útil das construções. Segundo a NBR 7187 (2003) as ações variáveis presente nas ponte são:

- **Vento** - deve ser estimado de acordo com a norma NBR 6123 (1988).

- **Pressão de água em movimento** - a NBR 7187 (2003) apresenta a Equação 2.1 que determina a pressão exercida pela água nos pilares e elementos de fundação.

$$P = k.V_a^2 \quad (2.1)$$

onde:

- P é a pressão estática equivalente em kN/m^2 ;
- V_a^2 é a velocidade da água em m/s ;
- k é um coeficiente adimensional que para a seção circular vale 0,34 e para as retangulares deve-se consultar a tabela 1 da NBR 7187 (2003), apresentada na Figura 6. Para valores intermediários deve ser feito uma interpolação.

Figura 6 – Valores de k em função do ângulo de incidência

Ângulo de incidência	k
90°	0,71
45°	0,54
0°	0

NBR 7187 (2003) pg.7

- **Efeitos de frenagem e aceleração** - produzem uma força horizontal na ponte em que a NBR 7187 (2003) especifica que para as pontes rodoviárias deve ser aplicada na pista de rolamento, com uma carga maior ou igual a 5% do peso da carga móvel distribuída em toda a pista, ou 30% do peso do veículo tipo.

- **Força centrífuga** - devem ser consideradas nos trechos de pontes em curva atuando como uma força horizontal normal ao seu eixo. Segundo a NBR 7181 (2003) a carga deve ser determinada como uma fração ' C ' do peso do veículo tipo. Para curvas com raio menor que 300 metros, $C = 0,25$ e para raios superiores $C = 75/R$, em que R é o raio da curva em metros.

- **Cargas de construção** - deve ser feito uma análise dos carregamentos e das condições dos elementos estruturais em cada etapa da construção a fim de não comprometer a estrutura antes do uso propriamente dito.

- **Variação da temperatura** - deve-se seguir a norma NBR 6118 (2014) para as estruturas de concreto.

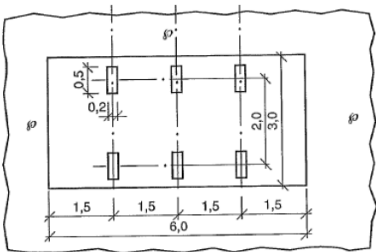
- **Trem-tipo** - esse termo refere-se ao conjunto composto pelo veículo tipo, carga de veículos e dos pedestres. Essa combinação é sempre considerada na posição mais desfavorável dependendo do esforço que se quer calcular. A NBR 7188 (2013) apresenta duas classes de carga móvel, apresentados na tabela 1. As duas classes consistem em um veículo de 6x3 metros, área de ocupação igual $18m^2$, seis rodas e três eixos espaçados 1,5 metros (Figura 7). O peso total do veículo é dividido

igualmente nas seis rodas e são aplicadas como cargas pontuais nas estruturas.

Tabela 1 – Classes de carga móvel

	Unidade	Classes	
		TB-450	TB-240
Peso total	kN	450	240
Peso por roda (p)	kN	75	40
Carga de veículos (q)	kN/ m^2	5	5
Carga de pedestres(q')	kN/ m^2	3	3
Observações		Classe padrão	Utilizada em estradas vicinais

Figura 7 – Veículo tipo



NBR 7188 (2013) pg.4

Segundo a NBR 7188 (2013), para obras em anel rodoviário e obras com distância inferior a 100 km em rodovias de acesso a terminas portuários, as cargas das classes definidas da tabela 1 devem ser majoradas em 10%, a critério da autoridade competente.

A carga de veículos (q) não deve ir na área onde vai estar o veículo tipo, mas isso complica na hora de fazer um modelo computacional, nesse sentido será utilizada uma carga pontual $P_{homogeneizado}$ que vai atuar em conjunto com a carga de multidão. Segundo PFEIL (1980) pode ser diminuído a carga pontual p conforme a Equação 2.2 e colocar a carga de multidão (q) em toda a área do veículo tipo. Assim, pode-se elaborar uma única linha de influência dos carregamentos para obter as

cargas concentradas e distribuídas.

$$P_{homogeneizado} = p - \frac{q \times A}{n} \quad (2.2)$$

sendo:

- p - a carga estática concentrada por roda;
- q - carga de multidão (veículos);
- A - área do veículo tipo ($18m^2$);
- n - número de rodas.

Essa simplificação não deve ser considerada em caso de pontes com pequena extensão, pois leva a erros significativos.

- **Efeito dinâmico das cargas móveis** - até agora só se falou de carregamentos estáticos, mas os veículos trafegam com uma certa velocidade nas pontes o que origina oscilações na estrutura [NETO \(2014.\)](#). Como um estudo dinâmico da construção é um processo complicado que demanda tempo e um certo custo, a NBR 7188 (2013) apresenta coeficientes de ponderação para majorar os esforços estáticos e assim considerar os efeitos dinâmicos.

a) Coeficiente de impacto vertical (CIV). Considera o efeito de oscilação produzida pela suspensão dos veículos em movimento. Este coeficiente é em função do vão livre da ponte segundo a Equação 2.3, válida para vãos entre 10 e 200 metros. Para pontes com vão menor que 10 metros, CIV vale 1,35.

$$CIV = 1 + 1,06\left(\frac{20}{vl + 50}\right) \quad (2.3)$$

Em que, vl é o vão livre da ponte em metros.

Em caso de pontes contínuas, o vão livre (lv) é a média aritmética dos vãos e para os trechos em balanço, é o comprimento do balanço.

b) Coeficiente número de faixas (CNF). Este considera a probabilidade da carga móvel ocorrer em função do número de faixas, e não deve ser aplicado no dimensionamento de elementos transversais ao sentido do tráfego, tais como lajes e transversinas. Ele é dado pela Equação 2.4.

$$CNF = 1 - 0,05.(n - 2) > 0,9 \quad (2.4)$$

Em que n é o número de faixas, sem considerar acostamento e faixas de segurança.

c) Coeficiente de impacto adicional (CIA). Tem como objetivo considerar as oscilações provocadas pelas imperfeições e/ou descontinuidades da pista como por exemplo, as juntas de dilatação e extremidades. Para pontes em concreto armado esse coeficiente vale 1,25 e deve ser utilizado nas seções a menos de 5m da descontinuidade estrutural.

Capítulo 3

Análise estrutural

Nesse capítulo será visto dois métodos para análise da superestrutura de pontes, o método clássico Fauchart e o método de Elementos Finitos. O código de otimização foi feito utilizando o método de Fauchart e validado com o dos Elementos Finitos (ver Apêndice A).

3.1 Fauchart

O método de Fauchart permite a análise de pontes sem as transversinas intermediárias, considerando o tabuleiro como um elemento flexível apoiada sobre molas (que são as longarinas). Desse jeito permite transformar um problema bidimensional em séries unidimensionais, mas, segundo [STUCCHI \(2006\)](#) para ter resultados satisfatórios deve-se obedecer as hipóteses fundamentais do método:

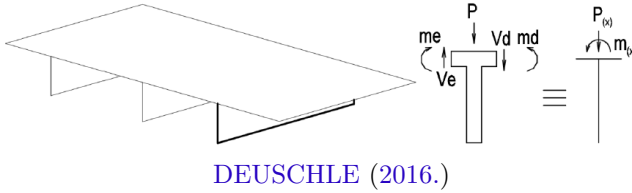
- O comportamento longitudinal das lajes é desprezado;
- As longarinas respeitam a hipótese de Navier e a lei de Hooke;
- Os elementos possuem inércia constante;
- As longarinas são biapoiadas;
- Aplicação a vigas múltiplas sem transversinas intermediárias,

somente podendo ser consideradas nos apoios.

Como foi dito anteriormente, o tabuleiro vai apoiar sobre molas (as longarinas), sendo assim o método consiste em determinar as

constantes (k) da mola. Para isso isola-se uma longarina do conjunto laje-longarinas como mostra a Figura 8. Sabendo que a viga isolada deve obedecer a equação da linha elástica tem-se o desenvolvimento da equação diferencial do deslocamento vertical e da rotação. Para finalizar é utilizada as Séries de Fourier para transformar em equações algébricas apresentadas na Equação 3.1 e Equação 3.2. Um desenvolvimento mais aprofundado da dedução dessas equações podem ser encontradas em DEUSCHLE (2016.) e STUCCHI (2006).

Figura 8 – Esforços em uma longarina isolada



$$K_v = E_{cs} \cdot I \cdot \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \quad (3.1)$$

$$K_t = G \cdot J_t \cdot \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \quad (3.2)$$

Em que:

K_v - é o coeficiente da mola vertical;

E_{cs} - é o módulo de elasticidade secante do concreto em kN/m^2 , calculada segundo a NBR 6118 (2014) seção 8.2.8 pg.24;

I - inércia da seção em m^4 ;

l - comprimento da viga entre pontos de momento nulo;

K_t - coeficiente da mola à torção;

G - é o módulo de elasticidade transversal do concreto em kN/m^2 .

Segundo a NBR 6118 (2014) $G = \frac{E_{cs}}{2,4}$;

J_t - inércia à torção da longarina em m^4 , que segundo a NBR

6118 (2014) é 15% da inércia à torção bruta da seção (J_{t0}), dada por:

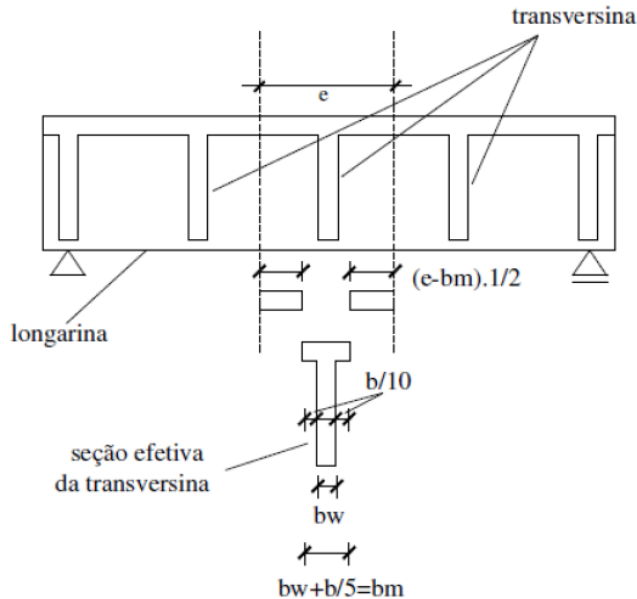
$$J_{t0} = \beta \cdot b \cdot h^3; \quad \beta = \frac{1}{3} - (0,21 \cdot \frac{h}{b}) \cdot (1 - \frac{h^4}{12b^4})$$

em que b é a maior dimensão e h a menor dimensão.

Sendo assim, para ter a distribuição transversal das cargas nas vigas basta calcular a estrutura sobre apoios elásticos com os coeficientes (K) igual aos definidos nas Equações 3.1 e 3.2. Depois deve-se analisar a estrutura longitudinalmente aplicando as reações obtidas na análise transversal como cargas lineares em kN/m com exceção da carga do veículo tipo que é concentrada.

Uma extensão desse modelo é apresentada por STUCCHI (2006) para as grelhas com transversinas flexíveis utilizando uma rigidez equivalente ao conjunto laje-transversinas. A Figura 9 e a Equação 3.3 apresentam a formulação para essa extensão.

Figura 9 – Ponte em grelha com transversinas flexíveis



DEUSCHLE (2016.)

$$I_{lt} = \frac{I_t + I_l \cdot (\epsilon_t - bm_t)}{\epsilon_t} \quad (3.3)$$

Em que:

I_{lt} - é a inércia do conjunto laje-transversinas;

I_t - inércia das transversinas;

I_l - inércia da laje;

ϵ_t - é a distância entre as transversinas;

bm_t - é a largura colaborante da laje.

3.2 Método dos elementos finitos

O método dos elementos finitos é um procedimento numérico que busca representar um elemento estrutural de comportamento desconhecido a partir de uma discretização em vários outros elementos com o comportamento bem conhecido.

Esse método teve um maior avanço a partir de 1950 pela indústria aeroespacial juntamente com os avanços computacionais e tecnológicos, sendo que hoje é utilizada em quase todas as áreas de engenharia na solução de análise das tensões, escoamento de fluidos, transferência de calor etc.

Segundo [Alves, Almeida & Judice \(2010\)](#), a principal característica do método é o estudo conjunto de um numero finito de elementos a partir do qual todo o domínio do problema em estudo possa ser representado. Deste modo a exatidão do resultado depende do elemento (elementos de barras, placas finas etc.) e da malha escolhida, isto é, quanto menor for a malha (mais elementos) melhor será o resultado.

De acordo com [Cook et al. \(1974\)](#), uma análise em Elementos Finitos envolve, de forma geral, os seguintes passos:

a) Discretização da estrutura em elementos finitos. Uma etapa muito importante pois quanto mais elementos houverem, melhor será o resultado e maior será o tempo de processamento. Uma forma de se obter melhores resultados é colocar uma malha menor nas zonas de maior incertezas.

b) Formulação das propriedades de cada elemento, com o desenvolvimento das equações que regem o comportamento destes. Deve-se ter um certo cuidado na escolha do elemento que melhor define o problema.

c) Montagem dos elementos a fim de obter o modelo de elementos finitos da estrutura;

d) Aplicação dos carregamentos conhecidos;

e) Definir os apoio, deslocamentos iniciais e qualquer outra condição de contorno.

f) Resolução simultânea das equações lineares algébricas a fim de determinar os graus de liberdade dos nós, ou seja, seus respectivos deslocamentos;

g) Realizar o pós-processamento, o qual inclui os cálculos das tensões nos elementos a partir de interpolação do campo de deslocamentos e, em seguida, dos esforços a partir das tensões obtidas.

O método dos elementos finitos será utilizado nesse trabalho com a ajuda do programa *SAP2000* para validar os esforços obtidos pelo código no *MatLab* usando o método de Fauchart.

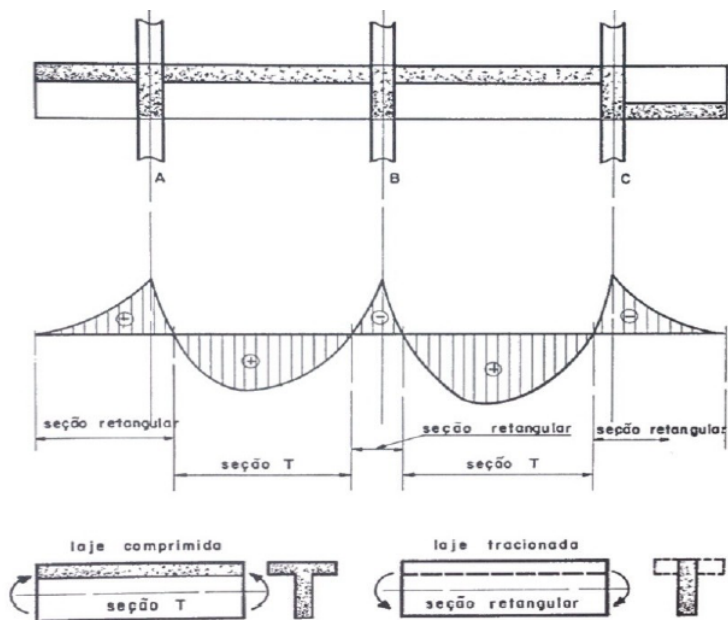
Capítulo 4

Dimensionamento no ELU

Nesse trabalho será feito apenas o dimensionamento das longarinas no ELU segundo a NBR 6118 (2014), sendo assim as soluções aqui apresentados precisam ser avaliados no ELS verificando as flechas. Foi considerado apenas o ELU porque nem sempre a melhor solução para uma seção que não passou no ELS é a troca da seção, pois, podem existir outras soluções como por exemplo fazer uma contra flecha ou adicionar armadura positiva superior.

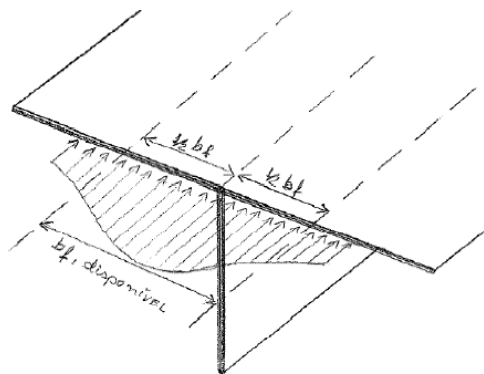
Segundo FUSCO (1981) uma viga de concreto com abas salientes e em compressão, pode ser considerada como uma viga de seção T. Caso a mesa estiver sendo tracionada é considerada seção retangular normal (ver Figura 10). Segundo a mesma fonte a distribuição de tensões na mesa não é linear (ver Figura 11), sendo assim deve-se calcular uma largura colaborante máxima b_f .

Figura 10 – Vigas de seção T e retangular



FUSCO (1981)

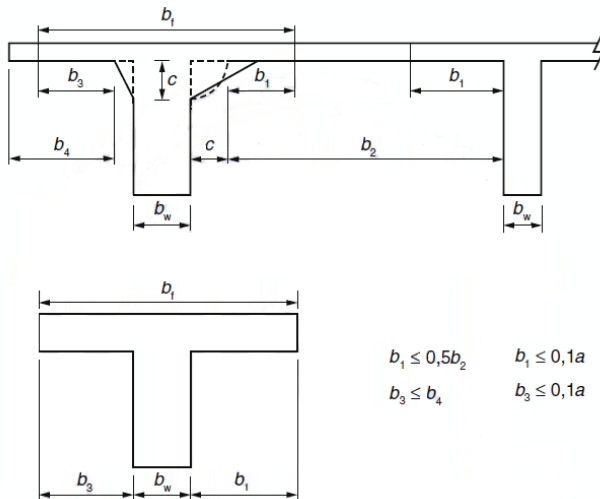
Figura 11 – Distribuição de tensões na mesa



FUSCO (1981)

Para o dimensionamento das longarinas nesse trabalho serão utilizadas vigas de seção T, sendo que a mesa é composta por uma porção do tabuleiro calculada segundo a NBR 6118 (2014) e representada na Figura 12.

Figura 12 – Largura de mesa colaborante



NBR 6118 (2014) pg.88

Como pode ser visto na Figura 12, a largura colaborante é menor que 10% da distância ' a ' entre pontos de momento fletor nulo para cada lado da viga em que haja laje colaborante ou a largura existente. Segundo a NBR 6118 (2014) essa distância ' a ' é estimada em função da situação de apoio do tramo da viga em estudo, como se apresenta a seguir:

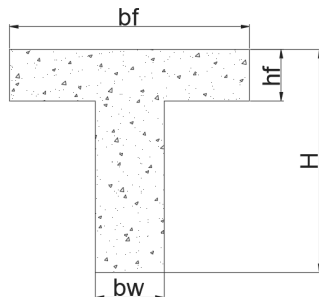
- Viga simplesmente apoiada, $a = 1,00.l$;
- Tramo com momento em uma só extremidade, $a = 0,75.l$;
- Tramo com momento nas duas extremidade, $a = 0,60.l$;
- Tramo em balanço, $a = 2,00.l$.

Uma outra forma de determinar a distância ' a ' é ver direto no

diagrama de momentos fletores, sendo que 'a' é a distância entre pontos de momento nulo.

Para finalizar, a Figura 13 apresenta uma viga de seção T genérica com as notações que serão utilizadas neste trabalho.

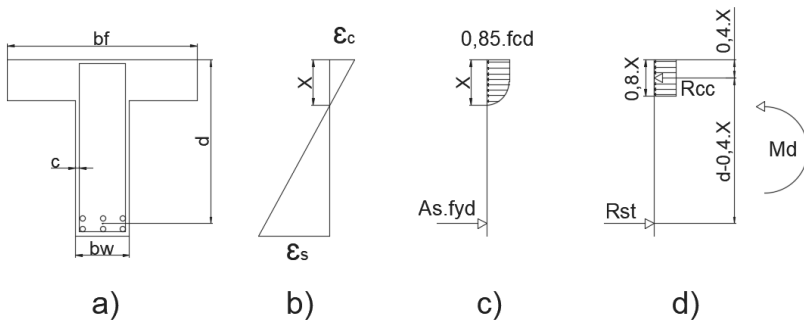
Figura 13 – Seção T genérica



Elaboração do autor

4.1 Dimensionamento à flexão

Figura 14 – a) Seção, b) Deformações, c) Diagrama parábola-retângulo, d) Diagrama retângulo



Elaboração do Autor

O dimensionamento da seção à flexão consiste em calcular a área de aço necessária para que o M_{rd} seja maior ou igual ao M_{sd} . O primeiro passo é calcular a posição da linha neutra (x), para isso é utilizada a equação de equilíbrio da peça em que o somatório dos momentos fletores em relação ao centro de gravidade da armadura é igual a zero. O d utilizado nessa etapa é estimado como, $d = h - (c + \phi_t + \frac{\phi_l}{2})$, em que o ϕ_l é a bitola longitudinal que se pretende utilizar. Esse d precisa ser avaliado posteriormente com o $d_{efetivo}$, caso seja maior deve-se voltar, diminuir o d e recalculer o x .

$$\begin{aligned}\sum M = 0 &\Rightarrow 0,85.f_{cd} \times 0,8.x \times (d - 0,4.x) - M_{sd} = 0 \\ &\Rightarrow -0,272.f_{cd}.b_f.x^2 + 0,68.f_{cd}.b_f.d.x - M_{sd} = 0\end{aligned}$$

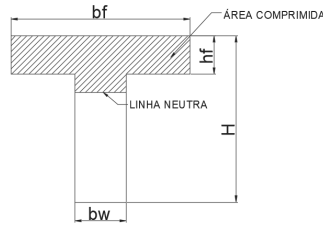
Resolvendo essa equação de segundo grau e fazendo algumas operações algébricas para simplificar, temos:

$$x = 1,25.d.(1 - (1 - \frac{M_{sd}}{0,425.f_{cd}.b_f.d^2})) \quad (4.1)$$

Foi considerada a b_f no cálculo do x , ou seja, está sendo considerada uma seção retangular($b_f \times h$) e isso só é válido caso 80% do x for menor que o h_f FUSCO (1981). Caso $0,8.x > h_f$ deve-se recalculer o x segundo a Equação 4.2. Essa equação considera que a parte comprimida é toda a mesa mais um pedaço da alma como demonstrada na Figura 15. A dedução é semelhante à outra, só que aqui é utilizada o b_w e é somada mais uma parcela de momento devido a força de compressão nas abas da mesa, resultando assim numa equação de segundo grau como a anterior onde a única variável é o x .

$$-0,272.f_{cd}.b_w.x^2 + 0,68.f_{cd}.b_w.d.x + 0,85.f_{cd}.h_f.(b_f - b_w).(d - \frac{h_f}{2}) - M_{sd} = 0 \quad (4.2)$$

Figura 15 – Viga de seção T com a linha neutra na alma



Elaboração do Autor

Com a linha neutra calculada, parte-se para a determinação da área de aço que depende também se o x está na mesa ou alma. Para a área de aço, é utilizada a outra equação de equilíbrio em que o somatório das forças é igual a zero.

$$\sum F_x = 0; \Rightarrow 0,85.f_{cd}.b_f \cdot 0,8.x = A_s \cdot f_{yd}$$

Analogamente ao caso anterior, temos que caso o x estiver na mesa a área de aço é calculada segundo a Equação 4.3 e se estiver na alma usa-se a Equação 4.4.

$$A_s = \frac{0,68.f_{cd}.b_f \cdot x}{f_{yd}} \quad \text{ou} \quad A_s = \frac{M_{sd}}{f_{yd} \cdot (d - 0,4.x)} \quad (4.3)$$

$$A_s = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f \cdot 0,85.f_{cd} + 0,68.f_{cd}.b_w \cdot x}{f_{yd}} \quad (4.4)$$

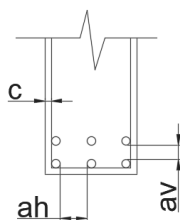
Após essa etapa o principal está feito, que é calcular a área de aço e a quantidade de barras necessária para cada bitola (para ter a quantidade de barras, divide-se o A_s pela área da bitola escolhida). Lembrando que deve-se colocar no mínimo a área de aço calculada, ou seja $A_{sefetivo} \geq A_s$.

Agora será feito o detalhamento da seção conforme os espaçamentos mínimos horizontal e vertical entre as barras estabelecidas pela NBR 6118 (2014).

Na direção horizontal (a_h), tem de ser maior ou igual a:

- 20 mm;
 - diâmetro da barra (ϕ_l), do feixe ou da luva;
 - 1,2 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo;
- Na direção vertical (a_v), tem de ser maior ou igual a:
- 20 mm;
 - diâmetro da barra (ϕ_l), do feixe ou da luva;
 - 0,5 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo.

Figura 16 – Espaçamentos mínimos



Elaboração do Autor

Ao ter a quantidade certa de camadas e barras, é calculada o $d_{efetivo}$ e se caso for menor que o d estimado no início deve-se voltar, estimar um novo d e recalcular tudo até que o $d_{efetivo}$ for maior que o d estimado.

4.1.1 Áreas mínima e máxima de aço

Todas as peças de concreto armado devem respeitar a área de aço mínimo e máximo estipulada pela NBR 6118 (2014) para poder garantir uma certa ductilidade da peça, ou seja, se caso chegar a ruína terá um comportamento dúctil (queda com aviso). Essa área de aço é dada como uma porcentagem da área da seção de concreto ou calculando um momento mínimo ($M_{d,min}$) segundo a Equação 4.5 e se o M_d for menor deve-se utilizar o $M_{d,min}$ para o dimensionamento. A Figura 17 apresenta a tabela das taxas mínimas de armadura à flexão para vigas.

Quanto à armadura máxima, a NBR 6118 (2014) estipula uma taxa $\rho_{m\acute{a}x}$ de 0,4% para toda a seção da peça.

$$Md, min = 0,8.w_0.f_{ctk,sup} \quad (4.5)$$

Em que,

- $f_{ctk,sup}$ - é a resistência característica superior à tração do concreto. Estimada como: $f_{ctk,sup} = 0,39.\sqrt[3]{f_{ck}^2}$ com f_{ck} em MPa

- w_0 - é o módulo de resistência da seção transversal em relação à fibra mais tracionada. $w_0 = \frac{I}{y}$ onde I é a inércia da seção e y é a distância do centro de massa à fibra mais tracionada.

Figura 17 – Taxas mínimas de armadura à flexão

Forma da seção	Valores de ρ_{min}^a ($A_s,min/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256
^a Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_C = 1,4$ e $\gamma_S = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado.															

NBR 6118 (2014), pg.130

4.2 Dimensionamento ao esforço cortante

A NBR 6118 (2014) apresenta dois métodos para o dimensionamento ao esforço cortante, o Modelo I e o Modelo II. Para o código foi utilizado o Modelo I por ser o que oferece resultados mais conservadores. Isso pode causar alguma confusão visto que o tema em estudo é a otimização. Alguns devem estar pensando que talvez deveria ser optado o Modelo II que oferece resultados menos conservadores e consequentemente com menos custo, mas, como se trata de uma construção em que a sua ruína possui um alto risco humano, optou-se pelo Modelo I que fornece resultados mais conservadores.

O dimensionamento ao esforço cortante independentemente do modelo utilizado, consiste em respeitar duas condições.

- Verificação da diagonal comprimida de concreto - consiste em verificar se a tensão nas bielas comprimidas não ultrapassa a capacidade de carga do concreto utilizado. O cálculo do V_{Rd2} é diferente de acordo com o modelo utilizado.

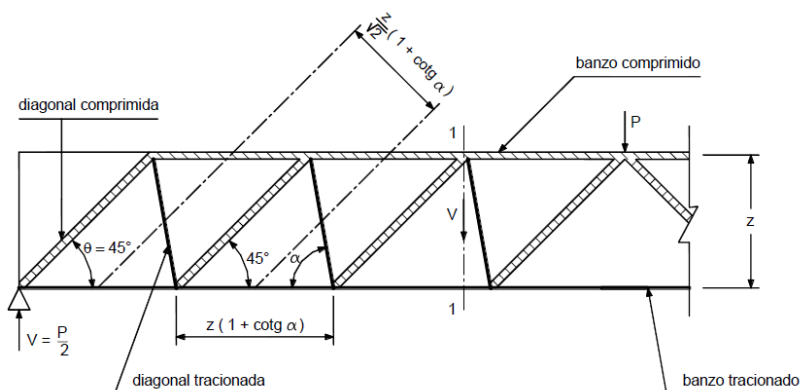
$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (4.6)$$

- Verificação da biela tracionada (tirante) - consiste em determinar a área de aço (estribos) para resistir aos esforços de tração. Analogamente à verificação anterior, o cálculo do V_{Rd3} depende do modelo utilizado.

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} \quad (4.7)$$

4.2.1 Modelo I

Figura 18 – Viga representada segundo a treliça clássica de Ritter



BASTOS (2017)

O Modelo I segue a treliça clássica de Ritter (Figura 18), admitindo o ângulo θ de 45 graus entre as bielas de compressão e o eixo longitudinal

do elemento estrutural além de considerar a parcela complementar V_c com valor constante, independente da força cortante solicitante V_{sd} .

Primeiramente deve-se verificar as bielas de compressão, para isso calcula-se o V_{Rd2} segundo a Equação 4.8.

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot bw \cdot d \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (4.8)$$

Uma dedução detalhada dessa equação pode ser encontrada em [BASTOS \(2017\)](#).

Quanto às bielas tracionadas, tem-se:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

onde o V_c é a parcela resistida por mecanismos complementares e o V_{sw} é a parcela resistida pelos estribos. O V_c depende da posição da linha neutra e do tipo de carregamento, sendo:

- Para elementos tracionados com a linha neutra fora da seção

$$\Rightarrow V_c = 0;$$

- Para a flexão simples e flexo-tração com a linha neutra cortando

$$\text{a seção} \Rightarrow V_c = V_{c0}$$

$$\text{- Na flexo-compressão} \Rightarrow V_c = V_{c0} \left(1 + \frac{M_o}{M_{sd, \text{máx}}}\right) \leq 2V_{c0}$$

Sendo que:

$$V_{c0} = 0,6 f_{ctd} \cdot bw \cdot d$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

Para completar a parcela V_{Rd3} temos que calcular o V_{sw} , sendo que:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{S} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sen \alpha + \cos \alpha) \quad \text{e} \quad V_{sw} = V_{sd} - V_c$$

Com isso temos que a área de aço necessária para resistir aos esforços de tração é,

$$\frac{A_{sw}}{S} = \frac{V_{sd} - V_c}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} (\sen \alpha + \cos \alpha)} \quad (4.9)$$

É importante observar que o $\frac{A_{sw}}{S}$ é uma armadura por unidade de comprimento da viga, ou seja, é uma certa quantidades de aço

intercalados a um certo espaçamento. Também é importante observar que o A_{sw} é a área total de todos os ramos verticais do estribo, ou seja, para os estribos normalmente utilizados de dois ramos, o A_{sw} é a área da bitola utilizada vezes dois. Com isso pode ser calculada o espaçamento necessário para cada bitola.

Equações simplificadas utilizando valores de alguns parâmetros que são muitos usuais na prática podem ser encontradas em [BASTOS \(2017\)](#) seção 5.11. Essas equações simplificadas contam com o apoio de tabelas para facilitar o processo.

4.3 Armadura mínima

Assim como no detalhamento à flexão, deve-se considerar uma armadura mínima que segundo [Garcia \(2002\)](#) é para atender os seguintes objetivos:

- Para que as vigas não apresentem ruptura frágil (brusca) logo após o surgimento das primeiras fissuras;
- Evitar a flambagem local da armadura longitudinal comprimida;
- Limitar a inclinação das bielas e a abertura das fissuras inclinadas.

Sendo assim, segundo [BASTOS \(2017\)](#) a área de aço mínima ao cisalhamento é calculada segundo a Equação 4.10.

$$\frac{As_{w,min}}{S} \geq \frac{0,2f_{ct,m}}{f_{ywk}}bw.sen\alpha \quad (4.10)$$

Sendo que, $f_{ct,m} = 0,3\sqrt[3]{f_{ck}^2}$ com f_{ck} em MPa.

Para estribos vertical ($\alpha = 90^\circ$) e com o espaçamento de 100cm, a Equação 4.10 pode ser simplificada para a Equação 4.11.

$$As_{w,min} = \frac{20f_{ct,m}}{f_{ywk}}bw \quad (4.11)$$

Em que o $As_{w,min}$ é a área de aço mínima entre todos os ramos verticais dos estribos.

A NBR 6118 (2014) na seção 17.4.1.1.2 indica alguns casos que não necessita conter a armadura mínima, mas, esses casos não serão tratados nesse trabalho.

4.4 Limitações construtivas

Nessa seção serão tratadas algumas prescrições normativas sobre o uso de estribos para combater os esforços de tração devido ao cisalhamento, como por exemplo: espaçamento mínimo, máximo e limite de diâmetro a ser utilizado. Mais limitações construtivas podem ser encontradas em [BASTOS \(2017\)](#).

4.4.1 Espaçamento mínimo e máximo

É considerado um espaçamento máximo entre os estribos para evitar que se formem fissuras entre as barras do estribo, ou seja, para não ter fissura sem ser interceptada por pelo menos um estribo. Quanto ao espaçamento mínimo, deve-se considerar os fatores construtivos como por exemplo a passagem do vibrador entre os estribos para garantir um bom adensamento do concreto. Sendo assim, a NBR 6118 (2014) na seção 18.3.3.2 determina os espaçamentos mínimos e máximos para os elementos estruturais armados com estribos.

$$S_{min} = \phi_{vibr} + 1cm \quad (4.12)$$

$$V_{sd} \begin{cases} \leq 0,67.V_{Rd2} & \Rightarrow S_{m\acute{a}x} = 0,6.d \leq 30 \text{ cm} \\ > 0,67.V_{Rd2} & \Rightarrow S_{m\acute{a}x} = 0,3.d \leq 20 \text{ cm} \end{cases} \quad (4.13)$$

Além do espaçamento máximo entre os estribos, deve-se respeitar uma distância máxima entre os ramos verticais do estribo. A NBR 6118 (2014) especifica esse espaçamento como:

$$V_{sd} \begin{cases} \leq 0,20.V_{Rd2} & \Rightarrow S_{t.m\acute{a}x} = d \leq 80 \text{ cm} \\ > 0,20.V_{Rd2} & \Rightarrow S_{t.m\acute{a}x} = 0,6.d \leq 35 \text{ cm} \end{cases} \quad (4.14)$$

As vigas que ultrapassarem esse limite devem ter estribos com mais de dois ramos verticais, sendo muito comum o uso de estribos com quatro ramos, que oferece a vantagem de ser montado sobrepondo-se dois estribos idênticos de dois ramos. No caso do estribo com três ramos é colocada uma barra adicional no espaço entre os ramos de um estribo convencional com dois ramos.

4.4.2 Diâmetro do Estribo

A NBR 6118 (2014) determina que para estribos não se deve utilizar uma armadura inferior à de 5mm e que não deve-se ultrapassar $bw/10$. A mesma normatização reforça que caso a barra for lisa, o diâmetro máximo não pode passar de 12 mm. Sendo assim temos:

$$5mm \leq \phi_t \leq \frac{bw}{10} \quad (4.15)$$

Capítulo 5

Algoritmo do grupo de pesquisa

O algoritmo do grupo de pesquisa mais conhecido por Search group algorithm (SGA) é um algoritmo heurístico que vem se firmando como uma ferramenta muito boa para otimização de problemas da engenharia. Segundo [SOUZA \(2014\)](#) e [Hwang *et al.* \(2016\)](#) o SGA apresentou resultados satisfatórios para o problema de torres de transmissão e muros de contenção do tipo cantilever.

Segundo [Gonçalves, Lopez & Miguel \(2015\)](#) para encontrar valores de função objetivo próximos do ótimo, o SGA tenta encontrar um equilíbrio entre a fase de exploração global do domínio com a fase de exploração local, ou seja, nas primeiras iterações o algoritmo procura regiões promissoras dentro de todo o domínio para poder refinar posteriormente na fase de exploração local.

Para dar continuidade, é necessário que o leitor saiba algumas definições. Denominam-se ‘indivíduos’ a um conjunto de variáveis de projeto, ‘npop’ é o número de indivíduos que o programa vai gerar a cada iteração, ‘população’ é um conjunto de npop indivíduos, ‘grupo de pesquisa’ é o conjunto com os melhores indivíduos, ‘famílias’ é um grupo de indivíduos gerado por um indivíduo do grupo de pesquisa.

Sendo assim o código consiste em gerar uma população aleatória inicial segundo a Equação 5.1 e testar considerando as restrições e a função objetivo. A Figura 19 representa essa etapa em que cada bolinha

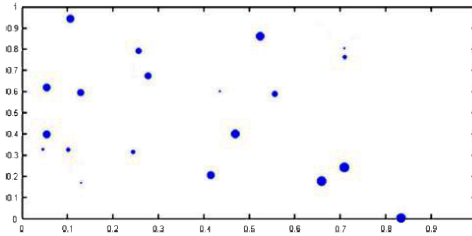
azul é um indivíduo e o seu tamanho é de acordo com o seu valor da função objetivo.

$$P_{ij} = x_j^{min} + (x_j^{max} - x_j^{min})U; \quad j = 1 \text{ a } n, i = 1 \text{ a } n_{pop} \quad (5.1)$$

Onde:

- P_{ij} - é a j-ésima variável de projeto do i-ésimo indivíduo da população \mathbf{P} ;
- $U \cup [0, 1]$ - é uma variável aleatória uniforme que varia de 0 a 1;
- x_j^{min} e x_j^{max} são os limites inferior e superior da j-ésima variável de projeto, respectivamente;
- n - é a quantidade de variáveis de projeto;
- n_{pop} - é o tamanho da população.

Figura 19 – Etapa de exploração do SGA



Gonçalves, Lopez & Miguel (2015)

Os melhores indivíduos da população são mantidos para a próxima iteração criando assim o grupo de pesquisa (\mathbf{R}) que contem ng indivíduos selecionados por um processo de *tournament selection*, como descrito por Holland & Goldberg (1989). Os outros indivíduos sofrem uma mutação segundo a Equação 5.2 e consequentemente alterados por novos indivíduos. Esse processo é realizado várias vezes com a intenção de explorar o domínio e registrar as regiões promissoras (os indivíduos

do grupo de pesquisa).

$$x_j^{mut} = E[\mathbf{R}_{:,j}] + t\varepsilon\sigma[\mathbf{R}_{:,j}], \quad j=1 \text{ a } n, \quad (5.2)$$

Em que:

- x_j^{mut} - representa a j-ésima variável de projeto de um indivíduo que mudou por mutação;
- E e σ - representam os operadores média e o desvio padrão, respectivamente;
- ε - é uma variável aleatória conveniente;
- t é um parâmetro que controla o quão longe a j-ésima variável de projeto será gerada;
- $\mathbf{R}_{:,j}$ - é a j-ésima coluna da matriz grupo de buscas, a qual representa uma variável de projeto do indivíduo modificado.

Em seguida cada indivíduo do grupo de pesquisa vai criar a sua família, sendo que o número de membros na família depende do quão bom o indivíduo é, ou seja o melhor indivíduo do grupo de pesquisa vai gerar mais membros para a sua família do que o pior indivíduo. A geração de famílias é feita de acordo com a Equação 5.3 variando o valor das variáveis de cada indivíduo segundo a Equação 5.4

$$x_j^{novo} = R_{ij} + \alpha\varepsilon, \quad j=1 \text{ a } n, \quad (5.3)$$

Em que:

- α - controla o grau de perturbação e é reduzida a cada iteração k , de acordo com

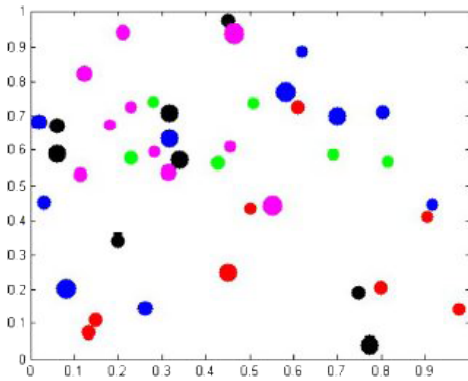
$$\alpha^{k+1} = b\alpha^k, \quad (5.4)$$

Onde b é um parâmetro do SGA.

Analisando as Equações 5.3 e 5.4 podemos ver a mudança das fases de exploração global e local comentada anteriormente. Nas primei-

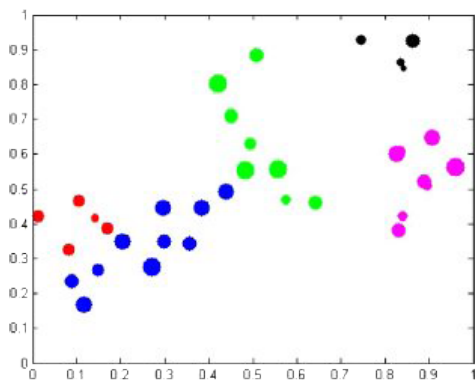
nas iterações α^k é alto o suficiente para que, estatisticamente falando, qualquer ponto do domínio de projeto seja explorado. Com o passar das iterações, o α^k diminui e entra na fase de exploração local, ou seja, os novos indivíduos serão gerados na vizinhança do grupo de pesquisa. As Figuras 20 e 21 representam essa mudança, sendo que na Figura 20 os indivíduos da mesma família (mesma cor) estão mais afastados do que na Figura 21.

Figura 20 – Etapa de exploração do SGA



Gonçalves, Lopez & Miguel (2015)

Figura 21 – Etapa de exploração do SGA



Gonçalves, Lopez & Miguel (2015)

Para finalizar, após o número máximo de iteração ou de outro critério de parada o algoritmo elege o melhor indivíduo (o que apresentou o melhor valor para a função objetivo). Para mais informação e formulação do SGA, o leitor é direcionado a [Gonçalves, Lopez & Miguel \(2015\)](#).

Capítulo 6

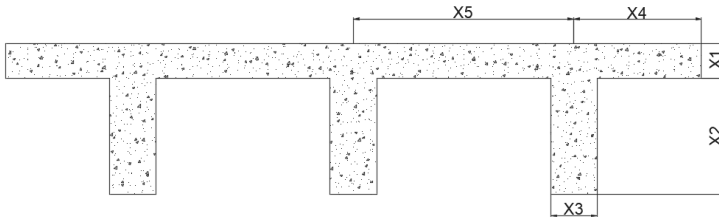
Estudo de caso

Nesse capítulo será feito a otimização de quatro pontes com os mesmos dados variando apenas o vão livre. Depois será feito uma análise utilizando os mesmos exemplos, porém adicionando o custo da mão de obra e colocando o f_{ck} como uma variável de projeto. Essa segunda análise serve para determinar o f_{ck} ideal e ver se a seção ótima muda com o custo da mão de obra.

Para isso foi desenvolvido um código no *MatLab*. Esse código utiliza o método de Fauchart para avaliar os esforços nas longarinas provocados por todas as ações consideradas. Em seguida é feita uma sobreposição desses esforços para obter uma envoltória de cada longarina e obter o maior momento fletor e esforço cortante atuante. Posteriormente é feito o dimensionamento à flexão e ao cisalhamento para cada bitola de aço especificada e os resultados são avaliados pelo próprio código escolhendo a bitola que fornece o menor custo. Essas etapas são feitas para cada individuo gerada pelo SGA e assim convergir para o mínimo global. Foi utilizada os parâmetros padrão do SGA propostos por (GONÇALVES; LOPEZ; MIGUEL, 2015) trocando apenas o número de iterações para 150 e o tamanho da população para 60 indivíduos.

Na Figura 22 pode-se ver a seção genérica da ponte utilizada nos exemplos e as variáveis envolvidas no processo de otimização.

Figura 22 – Seção genérica e as variáveis de projeto



Elaboração do Autor

Para limitar o domínio foi colocado limites superior e inferior em cada variável de modo que a solução respeite as dimensões mínimas estipuladas pela NBR 7187 e algumas outras restrições devido ao modelo adotado. A Tabela 2 apresenta os limites atribuídos a cada variável.

Tabela 2 – Limites das variáveis

Variável	Designação	Limite superior	Limite inferior
X_1	Altura da mesa	1,0 m	0,15 m
X_2	Altura da alma	5,0 m	0,50 m
X_3	Espessura da alma	1,0 m	0,20 m
X_4	Balanço	0,0 m	6,0 m
X_5	Distância entre vigas	0,0 m	6,0 m

A NBR 7187 determina que para uma ponte rodoviária com vigas de concreto armado em seção T, não deve ter um bw (espessura da alma - X_3) menor que 20 cm e tabuleiro (X_1) menor que 15 cm. O Limite superior de X_1 , X_3 e os limites do X_2 foram estimados a partir de um estudo da ordem de grandeza dos resultados, para não ter de avaliar seções fisicamente impossíveis como por exemplo $X_2=0$ e para limitar o domínio a fim de melhorar o processo de otimização. A ponte em estudo tem duas faixas, uma em cada sentido de tráfego. Segundo [Neufert et al. \(2004\)](#) uma faixa de trânsito deve ter 3,5 metros, sendo assim tem-se 7,0 metros de rodovia. Com essas informações foi adotada uma outra restrição em que a ponte deve ter entre 10 e 12 metros de largura, ou

seja, $10\text{ m} \leq 2 \times (X_4 + X_5) \leq 12\text{ m}$. Na elaboração do código teve-se o cuidado para não ter sobreposição de dimensões e que qualquer solução estimada pelo algoritmo otimizador (SGA) seja fisicamente viável. Outra restrição do problema é que a armadura de flexão deve ser ϕ 20, 25, 32 ou 40mm.

Por se tratar de uma ponte simétrica com três longarinas, pode-se observar que dependendo da distância do balanço podemos ter duas longarinas com largura colaborante da laje diferente. Sendo assim os resultados que serão apresentados posteriormente foram divididos em dois tipos.

- Longarina 1 - São as longarinas das pontas;
- Longarina 2 - É a longarina do meio.

Foi feito a modelagem das pontes com a seção ótima em dois programas comerciais (*SAP 2000* e *Eberick 2018*) a fim de ter um comparativo dos esforços e o detalhamento feito pelo código no *MatLab*. Os resultados obtidos com a utilização desses softwares (seguindo a mesma linha de raciocínio que o apresentado no Apêndice A) estão apresentados logo após a apresentação da seção ótima de cada exemplo. Para os exemplos que se seguem (1, 2, 3 e 4) foram utilizadas as propriedades apresentadas na Tabela 3, as ações da Tabela 4 e os custos dos materiais apresentados na Tabela 5. A única diferença é o vão livre utilizado:

- Exemplo 1 vão de 15 metros;
- Exemplo 2 vão de 20 metros;
- Exemplo 3 vão de 25 metros;
- Exemplo 4 vão de 30 metros.

Tabela 3 – Propriedades dos exemplos (1, 2, 3 e 4)

Propriedades	Unid.	Valor	OBS.
f_{ck}	MPa	35	
f_{yk}	MPa	500	CA-50
E_{cs}	GPa	29,4	Módulo de elasticidade
G	GPa	12,25	Módulo de elasticidade transversal
γ_{conc}	kN/m^3	25	Peso específico do concreto
γ_{asfa}	kN/m^3	24	Peso específico do asfalto

Tabela 4 – Carregamentos na ponte

Carregamento	Unid.	Valor	OBS.
Peso próprio	kN/m^2	-	Depende da seção
Veículos	kN/m^2	5	Sobre toda a ponte
Veículo tipo	kN	60	$P_{homogeneizada}$
Guarda corpo	kN/m	5	Perfil New Jersey em concreto
Peso asfalto	kN/m^2	1,2	5 cm de asfalto sobre a ponte
Adicional	kN/m^2	2	Recapamento

Tabela 5 – Custo dos materiais

Materiais	Unid.	Custo	OBS.
Concreto	$R\$/m^3$	343,83	f_{ck} 35 MPa
$\phi 5,0$	$R\$/kg$	9,6	CA-60
$\phi 6,3$	$R\$/kg$	8,84	CA-50
$\phi 8,0$	$R\$/kg$	8,49	CA-50
$\phi 10,0$	$R\$/kg$	6,89	CA-50
$\phi 12,5$	$R\$/kg$	5,7	CA-50
$\phi 16,0$	$R\$/kg$	4,4	CA-50
$\phi 25,0$	$R\$/kg$	4,3	CA-50
$\phi 32,0$	$R\$/kg$	4,3	CA-50
$\phi 40,0$	$R\$/kg$	4,3	CA-50

A tabela dos custos apresentada na Figura 5 foi obtida do software *Eberick* versão de 2018. Esse custo foi avaliado por alguns profissionais da área de construção civil no qual concordaram que esses valores

representam bem o mercado de Santa Catarina atualmente. Esses custos devem ser alterados conforme a região onde será construída a ponte.

6.1 Exemplo 1 - vão de 15 metros

A Tabela 6 apresenta o valor das variáveis de projeto obtidos pelo processo de otimização para o exemplo 1 adotando um f_{ck} de 35 MPa e 15 metros de vão. Além do valor das variáveis de projeto, apresenta também algumas informações importantes e o custo final de um metro de ponte.

Tabela 6 – Resultados Exemplo 1 - vão de 15m

Resultados	Unid.	Valor	OBS.
X1	cm	15,0	Altura da mesa
X2	cm	197,4	Altura da alma
X3	cm	20	Espessura da alma
X4	cm	14,7	Balanço
X5	cm	485,3	Dist. entre longarinas
Momento fletor 1	$kN.m$	3345,7	Longarina das pontas
Esforço cortante 1	kN	814,7	Longarina das pontas
Momento fletor 2	$kN.m$	6003,2	Longarina do meio
Esforço cortante 2	kN	1526,7	Longarina do meio
Armadura de pele	-	13 ϕ 6,3	Em cada lado da viga
As da flexão 1	cm^2	39,1	$As_{necessária}$
Barras de flexão 1	-	8 ϕ 25	Longarina das pontas
Estribos 1	-	ϕ 10 c/28	Longarina das pontas
As da flexão 2	cm^2	73,5	$As_{necessária}$
Barras de flexão 2	-	15 ϕ 25	Longarina do meio
Estribos 2	-	ϕ 12.5 c/15	Longarina do meio
Peso	kg/m	6848,6	Peso de 1m da seção
Custo	$R\$/m$	1605,4	Custo de 1m da seção

Foi modelado a seção ótima no software *SAP 2000* para poder validar os resultados obtidos com o *MatLab*. No Apêndice A pode ser visto as considerações feitas nas modelagens no *SAP 2000*. A Tabela 7 apresenta os resultados e o erro entre os dois.

Tabela 7 – Comparação dos esforços - Exemplo 1

Esforços	Unid.	MatLab	Resultados	
			SAP2000	ERRO (%)
Momento fletor 1	kN.m	3345,7	3278	2,02
Esforço cortante 1	kN	814,7	797	2,17
Momento fletor 2	kN.m	6003,2	5872	2,19
Esforço cortante 2	kN	1526,7	1575	3,16

Da Tabela 7 podemos ver que os esforços encontrados nas duas análises ficaram muito próximos, com um erro máximo de 3,16 %. Esse erro é aceitável para fins de engenharia e é compreensível, pois o método de análise de um é diferente do outro, sendo que o *SAP 2000* utiliza o método dos elementos finitos e o código desenvolvido usa o método clássico de Fauchart.

Do mesmo jeito que foi feito uma verificação dos esforços, usou-se o software *Eberick* para avaliar o detalhamento obtido pelo código desenvolvido em *MatLab*. No Apêndice B pode ser encontrado mais informações e considerações sobre a modelagem no *Eberick*. A Tabela 8 representa essa comparação.

Tabela 8 – Comparação dos detalhamentos - Exemplo 1

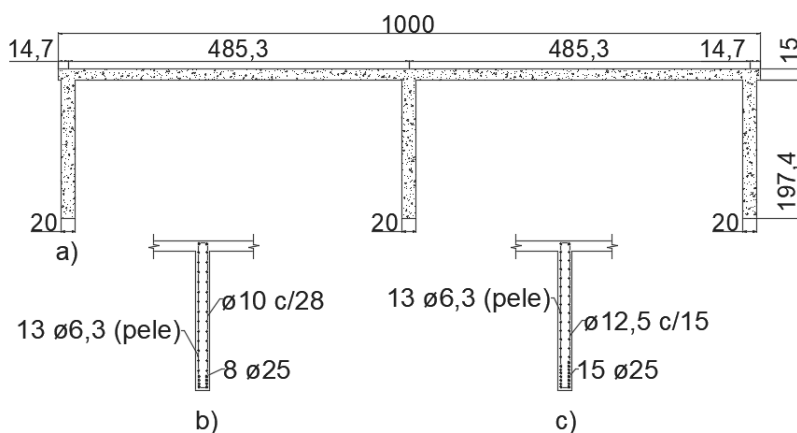
	unid.	Eberick	MatLab
$As_{necessária}$ 1	cm^2	38,89	39,1
Armadura à flexão 1	-	8 ϕ 25	8 ϕ 25
$Asw_{necessária}$ 1	cm^2/m	5,48	5,50
Armadura ao cortante 1	-	ϕ 10 c/28	ϕ 10 c/28
$As_{necessária}$ 2	cm^2	73,1	73,5
Armadura à flexão 2	-	15 ϕ 25	15 ϕ 25
$Asw_{necessária}$ 1	cm^2/m	15,47	15,5
Armadura ao cortante 2	-	ϕ 12,5 c/15	ϕ 12,5 c/15

Na Tabela 8 não foi colocado uma coluna de erro porque a principal comparação é entre a quantidade de barras e espaçamentos utilizado. Pode-se ver também que a área de aço à flexão e ao cisalhamento apre-

sentado na Tabela 8 possuem uma pequena diferença (erro máximo de 0,54%) possivelmente devido a pequenos arredondamentos pelo caminho.

Como os resultados obtidos por softwares comercial chegaram praticamente nos mesmos valores que as do código desenvolvido em *MatLab*, pode-se dizer que a seção apresentada na Figura 23 respeita todas as restrições normativas e de ELU.

Figura 23 – a) Seção ótima do exemplo 1, b) Longarinas da ponta, c) Longarina do meio



Elaboração do Autor

6.2 Exemplo 2 - vão de 20 metros

Analogamente ao exemplo anterior, a Tabela 9 apresenta as mesmas informações que a Tabela 6, porém com os valores referentes ao exemplo 2 que possui um vão de 20 metros e um f_{ck} de 35 MPa também. Com esse aumento no vão livre da ponte espera-se que a seção ótima seja mais robusta do que a anterior e que esteja com mais armadura também, consequentemente, espera-se um custo por metro de ponte maior do que a do exemplo anterior.

Tabela 9 – Resultados Exemplo 2

Resultados	Unid.	Valor	OBS.
X1	cm	15,0	Altura da mesa
X2	cm	278,3	Altura da alma
X3	cm	20,0	Espessura da alma
X4	cm	13,8	Balanço
X5	cm	486,3	Dist. entre longarinas
Momento fletor 1	$kN.m$	5301,5	Longarina das pontas
Esforço cortante 1	kN	987,5	Longarina das pontas
Momento fletor 2	$kN.m$	10169,7	Longarina do meio
Esforço cortante 2	kN	1971,3	Longarina do meio
Armadura de pele	-	17 ϕ 6,3	Em cada lado da viga
As da flexão 1	cm^2	44,1	$As_{necessária}$
Barras de flexão 1	-	9 ϕ 25	Longarina das pontas
Estribos 1	-	ϕ 10 c/30	Longarina das pontas
As da flexão 2	cm^2	88,2	$As_{necessária}$
Barras de flexão 2	-	18 ϕ 25	Longarina do meio
Estribos 2	-	ϕ 16 c/20	Longarina do meio
Peso	kg/m	8087,2	Peso de 1m da seção
Custo	$R\$/m$	1911,9	Custo de 1m da seção

Pode-se ver que a única mudança significativa quanto à seção ótima do exemplo 1 e 2, é o X2. A altura é uma variável muito importante para a viga, sendo que a inércia da viga aumenta bastante com o seu aumento (a altura está elevada ao cubo na formula da inércia de uma seção retangular) e quanto ao detalhamento, proporciona um aumento no braço de alavanca (Z) entre a área comprimida de concreto e as barra de aço tracionadas aumentando o momento resistente da viga. O custo de um metro de ponte teve um aumento de 16,03%.

A Tabela 10 apresenta os esforços obtidos pelo *SAP 2000* e pelo código desenvolvido em *MatLab* e o erro entre os dois, com o objetivo de validar os resultados.

Tabela 10 – Comparação dos esforços - Exemplo 2

Esforços	Unid.	MatLab	Resultados	
			SAP2000	ERRO (%)
Momento fletor 1	kN.m	5301,5	5247	1,03
Esforço cortante 1	kN	987,5	973	1,47
Momento fletor 2	kN.m	10169,7	10015	1,52
Esforço cortante 2	kN	1971,3	2031	3,03

Pode-se ver que para esse exemplo, como já era de se esperar, o erro entre os dois modelos foi bem baixo (máximo de 3,03%) mantendo em um limite aceitável para fins de engenharia. Pode-se ver que teve um aumento em todos os esforços em relação ao exemplo 1, o que já era de se esperar pois aumentou a seção e o vão da ponte e com isso aumenta bastante as solicitações.

Analogamente ao exemplo anterior, na Tabela 11 encontra a comparação do dimensionamento entre o *Eberick* e o código desenvolvido em *MatLab*.

Tabela 11 – Comparação dos detalhamentos - Exemplo 2

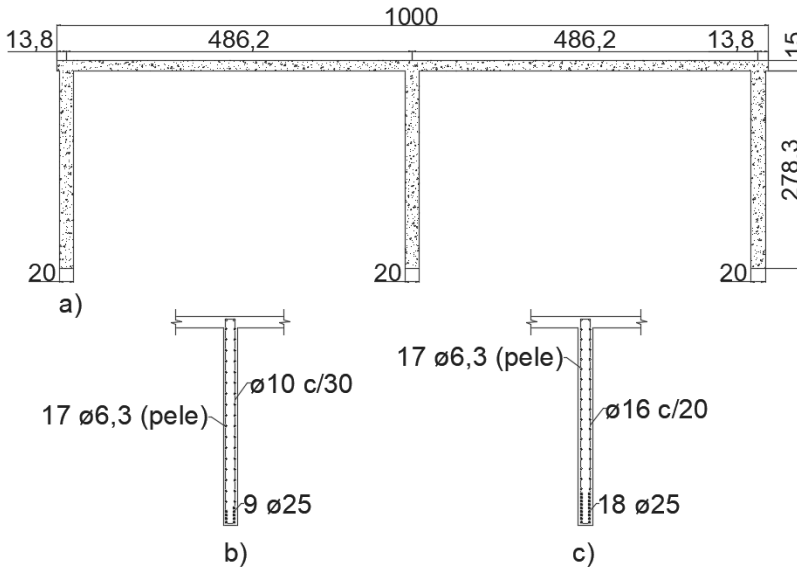
	unid.	Eberick	MatLab
$As_{necessária}$ 1	cm^2	43,92	44,1
Armadura à flexão 1	-	9 ϕ 25	9 ϕ 25
$Asw_{necessária}$ 1	cm^2/m	4,10	4,11
Armadura ao cortante 1	-	ϕ 10 c/30	ϕ 10 c/30
$As_{necessária}$ 2	cm^2	87,5	88,2
Armadura à flexão 2	-	18 ϕ 25	18 ϕ 25
$Asw_{necessária}$ 1	cm^2/m	13,76	13,87
Armadura ao cortante 2	-	ϕ 16 c/20	ϕ 16 c/20

A Tabela 11 valida o detalhamento encontrado com o código desenvolvido neste trabalho, sendo que as quantidades de barras e de espaçamentos entre estribos são iguais. Podemos ver que a área de aço necessária para a flexão aumentou um pouco em relação ao exemplo anterior, mas a área de aço necessária ao cisalhamento diminuiu. Essa

diminuição causa certas dúvida à primeira vista, porém tem de pensar que com o aumento da altura da viga teve um aumento no d (Figura 14) e com isso a parcela de mecanismos complementares V_c aumentou também causando a diminuição do A_{sw} .

A Figura 24 apresenta a seção ótima encontrada para o exemplo2.

Figura 24 – a) Seção ótima do exemplo 2, b) Longarinas da ponta, c) Longarina do meio



Elaboração do Autor

6.3 Exemplo 3 - vão de 25 metros

Nesse exemplo foi incrementado mais 5 metros no vão livre da ponte ficando assim com 25 metros, o objetivo de fazer vários exemplos com vãos diferentes é de ter mais dados para estabelecer relações entre as variáveis de projeto a fim de ajudar um projetista na hora de realizar o projeto estrutural de uma ponte.

Da mesma forma que os exemplos anteriores, a Tabela 12 apresenta os valores para as variáveis de projeto e algumas informações adicionais como os esforços, dimensionamentos, peso e custo.

Tabela 12 – Resultados Exemplo 3 - Vão de 25m

Resultados	Unid.	Valor	OBS.
X1	cm	15,0	Altura da mesa
X2	cm	333	Altura da alma
X3	cm	20	Espessura da alma
X4	cm	13,8	Balanço
X5	cm	486,2	Dist.entre longarinas
Momento fletor 1	$kN.m$	7699,1	Longarina das pontas
Esforço cortante 1	kN	1162,2	Longarina das pontas
Momento fletor 2	$kN.m$	15358	Longarina do meio
Esforço cortante 2	kN	2402,4	Longarina do meio
Armadura de pele	-	17 ϕ 6,3	Em cada lado da viga
As da flexão 1	cm^2	53,9	$As_{necessária}$
Barras de flexão 1	-	11 ϕ 25	Longarina das pontas
Estribos 1	-	ϕ 10 c/30	Longarina das pontas
As da flexão 2	cm^2	112,7	$As_{necessária}$
Barras de flexão 2	-	23 ϕ 25	Longarina do meio
Estribos 2	-	ϕ 12,5 c/16	Longarina do meio
Peso	kg/m	8942,2	Peso de 1m da seção
Custo	$R\$/m$	2173,7	Custo de 1m da seção

É de se observar que a variável que tem sofrido alterações consideráveis é o X2 (altura da viga), o X1, e X3 tem permanecido igual em todos os exemplos até agora e estão com os seus valores mínimo. O custo desse exemplo sofreu um aumento de 26,14% em relação ao primeiro exemplo e de 12,04% do segundo exemplo. uma outra observação é que até agora o dimensionamento à flexão tem sido feito sempre com a bitola ϕ 25 mm.

A Tabela 13 apresenta a comparação dos esforços para o exemplo 3 como foi feito para os outros exemplos.

Tabela 13 – Comparação dos esforços - Exemplo 3

Esforços	Unid.	MatLab	Resultados	
			SAP2000	ERRO (%)
Momento fletor 1	kN.m	7699,1	7674	0,33
Esforço cortante 1	kN	1162,2	1147	1,31
Momento fletor 2	kN.m	15358	15125,7	0,87
Esforço cortante 2	kN	2402,4	2461	2,44

O maior erro encontrado para esse exemplo foi de 2,44% entre o *SAP 2000* e o código desenvolvido no *MatLab*. Uma outra observação é que o maior erro tem sido sempre no esforço cortante da longarina central e que os erros referente à longarina central tem sido maior do que as das pontas. Porém o que importa é que os erros tem mantido sempre baixos e num limite aceitável para fins de engenharia.

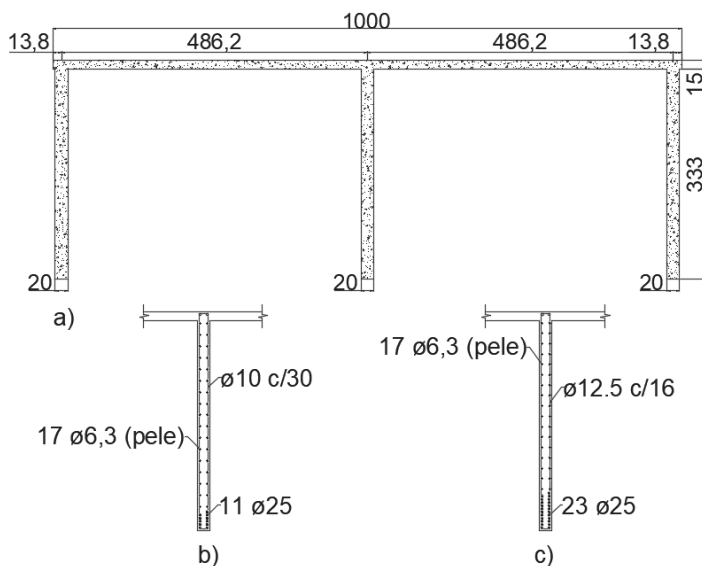
Tabela 14 – Comparação dos detalhamentos - Exemplo 3

	unid.	Eberick	MatLab
$As_{necessária}$ 1	cm^2	53,7	53,9
Armadura à flexão 1	-	11 ϕ 25	11 ϕ 25
$Asw_{necessária}$ 1	cm^2/m	4,03	4,03
Armadura ao cortante 1	-	ϕ 10 c/30	ϕ 10 c/30
$As_{necessária}$ 2	cm^2	111,82	112,7
Armadura à flexão 2	-	23 ϕ 25	23 ϕ 25
$Asw_{necessária}$ 1	cm^2/m	14,37	14,47
Armadura ao cortante 2	-	ϕ 12,5 c/16	ϕ 12,5 c/16

O código desenvolvido tem apresentado o mesmo dimensionamento que o *Eberick* tanto ao cisalhamento como à flexão em todos os exemplos até agora. A área de aço necessária ao cisalhamento não tem sido muito diferente com o passar dos exemplos, a maior diferença tem acontecido no dimensionamento à flexão principalmente na longarina central.

A Figura 25 apresenta a seção ótima para o exemplo 3.

Figura 25 – a) Seção ótima do exemplo 3, b) Longarinas da ponta, c) Longarina do meio



Elaboração do Autor

6.4 Exemplo 4 - vão de 30 metros

Para finalizar essa primeira análise sem o custo da mão de obra, será apresentado o ultimo exemplo que possui um f_{ck} de 35 MPa e 30 metros de vão.

A Tabela 15 apresenta as informações retiradas do algoritmo otimizador para o ultimo exemplo sem o custo da mão de obra.

Tabela 15 – Resultados Exemplo 4 - Vão de 30m

Resultados	Unid.	Valor	OBS.
X1	cm	15,0	Altura da mesa
X2	cm	392,1	Altura da alma
X3	cm	20	Espessura da alma
X4	cm	14,3	Balanco
X5	cm	485,7	Dist. entre longarinas
Momento fletor 1	$kN.m$	10658	Longarina das pontas
Esforço cortante 1	kN	1353,7	Longarina das pontas
Momento fletor 2	$kN.m$	21824	Longarina do meio
Esforço cortante 2	kN	2860,2	Longarina do meio
Armadura de pele	-	20 ϕ 6,3	Em cada lado da viga
As da flexão 1	cm^2	63,7	$As_{necessária}$
Barras de flexão 1	-	13 ϕ 25	Longarina das pontas
Estribos 1	-	ϕ 10 c/30	Longarina das pontas
As da flexão 2	cm^2	137,2	$As_{necessária}$
Barras de flexão 2	-	28 ϕ 25	Longarina do meio
Estribos 2	-	ϕ 12,5 c/16	Longarina do meio
Peso	kg/m	9863	Peso de 1m da seção
Custo	$R\$/m$	2477	Custo de 1m da seção

Os resultados apresentados na Tabela 15 foram os esperados, com o X1 e X3 mantendo com os valores mínimos e um aumento no X2 dando assim uma maior resistência à viga para suprir o aumento nos esforços solicitantes. O custo para esse exemplo teve um aumento de 12,24% em relação ao ultimo exemplo.

A Tabela 16 apresenta os esforços encontrados no *SAP 2000*, no *MatLab* e o erro entre os dois.

Tabela 16 – Comparação dos esforços - Exemplo 4

Esforços	Unid.	MatLab	Resultados	
			SAP2000	ERRO (%)
Momento fletor 1	kN.m	10658	10565	0,87
Esforço cortante 1	kN	1353,7	1320,3	2,47
Momento fletor 2	kN.m	21824	21090,8	3,36
Esforço cortante 2	kN	2860,2	2857,2	0,10

Os erros entre as duas análises continuam num nível aceitável para fins de engenharia (erro máximo de 3,36%). Nesse exemplo teve uma particularidade em relação aos outros, dessa vez o maior erro foi no momento fletor da longarina central e não no esforço cortante.

A Tabela 17 apresenta a comparação do dimensionamento entre o *Eberick* e o código desenvolvido em *MatLab*.

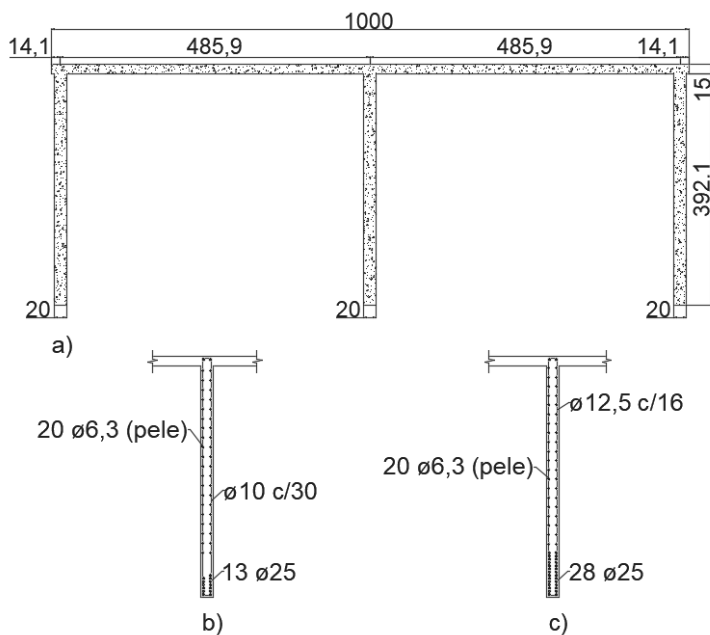
Tabela 17 – Comparação dos detalhamentos - Exemplo 4

	unid.	Eberick	MatLab
$As_{necessária}$ 1	cm^2	63,51	63,7
Armadura à flexão 1	-	13 ϕ 25	13 ϕ 25
$Asw_{necessária}$ 1	cm^2/m	3,98	3,99
Armadura ao cortante 1	-	ϕ 10 c/30	ϕ 10 c/30
$As_{necessária}$ 2	cm^2	136,4	137,2
Armadura à flexão 2	-	28 ϕ 25	28 ϕ 25
$Asw_{necessária}$ 1	cm^2/m	14,78	14,86
Armadura ao cortante 2	-	ϕ 12,5 c/16	ϕ 12,5 c/16

O detalhamento tem sido igual nos dois modelos em todos os exemplos, o que mostra a efetividade do código em relação ao dimensionamento. Algumas análises sobre todos os exemplos serão apresentados na próxima seção.

A Figura 26 apresenta a seção ótima para o exemplo 4.

Figura 26 – a) Seção ótima do exemplo 4, b) Longarinas da ponta, c) Longarina do meio



Elaboração do Autor

6.5 Análise dos resultados

Primeiramente ressalto a efetividade do código desenvolvido no *MatLab*, pois os esforços calculados utilizando o método de Fauchart ficaram muito próximos (erro máximo de 3,38%) dos calculado pelo software *SAP 2000* utilizando o método de elementos finitos. Além dos esforços, o detalhamento apresentado pelo código foi muito próximo ao do *Eberick*.

Pode-se ver que em todos os exemplos o valor de X_1 (altura da mesa) foi 15 cm, X_3 (espessura da alma) 20 cm e a largura da ponte ($(X_4 + X_5) \times 2$) foi de 10 m, ou seja, foram os mínimos estipulados para cada um. Isso quer dizer que ao fazer uma ponte devemos procurar

sempre utilizar o valor mínimo dessas variáveis respeitando todas as restrições de ELU e ELS para todos os elementos. O X1 é referente à altura do tabuleiro e como esse processo de otimização teve o foco nas longarinas, não pode-se dizer se uma espessura de 15 cm passaria em todas as restrições de ELU e ELS em todos os exemplos aqui avaliados, por isso recomendo que o estudo do tabuleiro seja feito primeiro e com isso mudar o X1 para uma variável com valor fixo. Uma outra informação que podemos retirar desse trabalho é que todos os projetos ótimos usaram barras ϕ 6,3 na armadura de pele, ou seja sempre que for possível a utilização dessa bitola para a armadura de pele terá um resultado mais econômico. O mesmo foi observado com a utilização da bitola de ϕ 25 no dimensionamento à flexão.

O esforço cortante foi aumentando com o passar dos exemplos, porém a armadura de cisalhamento não mudou muito sendo que o A_{sw} para a longarina 1 permaneceu em uma faixa de 5,5 a 4,1 cm^2/m e para a longarina 2 foi de 15,5 a 13,7 cm^2/m . Essa pequena variação foi devido ao aumento da viga e que proporcionou um aumento na parcela V_c (mecanismos complementares) que supriu uma boa parte do aumento do esforço cortante. Quanto à área de aço à flexão, teve um aumento gradativo na medida que aumentava o vão, sendo que para a longarina 1 a diferença entre a área de aço necessária do exemplo 1 para o exemplo 4 foi de 24,6 cm^2 e para a longarina 2 foi de 63,7 cm^2 .

Todos os projetos ótimos apresentados nesse trabalho possuem um balanço extremamente pequeno, sendo assim pode-se dizer que projetos sem balanço apresentam melhores resultados. Mais uma vez ressalto que esse trabalho consiste somente na análise das longarinas, um outro estudo deve ser feito em relação ao tabuleiro, pois uma seção sem os balanços possui um vão entre as longarinas maior e conseqüentemente vai aumentar os esforços no tabuleiro.

Em relação à altura da viga verificou-se que manteve uma certa correlação com o vão livre da ponte. Para o exemplo 1 obteve uma correlação de $\frac{L}{7,1}$, para o exemplo 2 foi $\frac{L}{7}$, exemplo 3 $\frac{L}{7,2}$ e o exemplo 4 foi $\frac{L}{7,37}$. Com esses dados pode-se dizer que de certa forma manteve-se

uma relação em torno de $\frac{L}{7,15}$. Pode-se ver que essa relação tende a oferecer vigas com altura bem maior dos que estamos habituados a ver nas edificações (relação de $\frac{L}{10}$) o que é natural devido a diferença de solicitações entre essas duas estruturas. Porém, ressalto que essa correlação se aplica aos exemplos aqui estudados, ou seja, uma seção com três longarinas de seção T e que talvez essa correlação não seja válido em exemplos que não se enquadrem nessas condições.

O custo tem aumentado gradativamente com o aumento do vão livre da ponte. Foram feitos quatro exemplos aumentando o vão de 5 em 5 metros, com isso viu-se que o custo do primeiro exemplo para o segundo aumentou de 16,03%, do segundo para o terceiro foi de 12,04% e do terceiro para o quarto foi de 12,24%. Uma melhor comparação pode ser feita com a diferença de um exemplo para o outro em $R\$/m$, em que a diferença do primeiro para o segundo foi de 306,5 $R\$/m$, do segundo para o terceiro foi 261,8 $R\$/m$ e do terceiro para o quarto foi de 303,3 $R\$/m$. Sendo assim pode-se dizer que aumentando 5 metros no vão da ponte, tem-se um aumento de aproximadamente 300 $R\$/m$ de ponte.

Os resultados obtidos em cada exemplo foram muito satisfatórios, mas, não pode-se dizer com toda a certeza que este é a melhor seção para as longarinas de uma ponte com essas característica, pois falta ver se com a mão de obra mudaria alguma coisa ou se utilizar um f_{ck} diferente de 35 MPa não proporciona uma outra seção. Além disso poderia ser feito um estudo com quatro longarinas, ou com duas longarinas pra ver se o custo não seria melhor. Para finalizar ressalta-se novamente que esse processo de otimização focou-se no Estado Limite Ultimo das longarinas, sendo assim deve ser feito um estudo sobre o Estado Limite de Serviço e sobre os outros elementos que compõem a estrutura da ponte.

6.6 Análise considerando a mão de obra

Nessa seção será feita uma análise dos mesmos exemplos apresentados anteriormente, mas considerando além do custo dos materiais o custo da mão de obra. Nessa seção foi adicionada uma nova variável de projeto, o f_{ck} . Com essa nova variável busca-se ver se a seção ótima encontrada anteriormente sofrerá alterações e qual é o f_{ck} ótimo para cada vão de ponte. O detalhamento à flexão foi feito considerando as bitolas de 20 mm, 25 mm, 32 mm e 40 mm. A Tabela 18 apresenta o custo atualizado considerando a mão de obra.

Tabela 18 – Custo dos materiais

Materiais	Unid.	Material	Custo	
			Mão de obra	Total
Concreto 25 MPa	$R\$/m^3$	311,44	316,95	628,39
Concreto 30 MPa	$R\$/m^3$	324,59	316,95	641,54
Concreto 35 MPa	$R\$/m^3$	343,83	316,95	660,78
Concreto 40 MPa	$R\$/m^3$	366,85	316,95	683,8
Concreto 45 MPa	$R\$/m^3$	389,87	316,95	706,82
Concreto 50 MPa	$R\$/m^3$	412,89	316,95	729,84
$\phi 5,0$	$R\$/kg$	9,6	7,01	16,61
$\phi 6,3$	$R\$/kg$	8,84	6,82	15,66
$\phi 8,0$	$R\$/kg$	8,49	6,94	15,43
$\phi 10,0$	$R\$/kg$	6,89	5,7	12,59
$\phi 12,5$	$R\$/kg$	5,7	4,78	10,48
$\phi 16,0$	$R\$/kg$	4,4	3,74	8,14
$\phi 20,0$	$R\$/kg$	3,96	3,49	7,45
$\phi 25,0$	$R\$/kg$	4,3	3,96	8,26
$\phi 32,0$	$R\$/kg$	4,3	3,96	8,26
$\phi 40,0$	$R\$/kg$	4,3	3,96	8,26

As Tabelas 18 e 5 podem causar uma certa dúvida ao leitor pois o custo das bitolas de aço aumentam com a diminuição da sua seção, sendo assim pode levar a pensar que o custo de uma barra ϕ de 25 mm é menor que uma barra ϕ de 20 mm. Isso não é verdade, o custo dos aços apresentados nas Tabelas 18 e 5 são por unidade de peso (quilograma),

sendo assim uma barra de 12 metros ϕ 20 mm que pesa 29,6 kg teria um custo de 220,5 R\$ e uma barra de 12 metros ϕ 25 mm que pesa 46,24 kg teria um custo de 381,9 R\$.

Para os exemplos que se seguem não foi feito a modelagem no *SAP 2000* e *Eberick* para validar os resultados de esforços e dimensionamento da peça, isso porque acredita-se que o código desenvolvido em *MatLab* provou que tem apresentado ótimos resultados com um erro muito baixo e aceitável quando comparada à outros softwares comercial. Sendo assim será apresentada somente a tabela com os valores das variáveis de projeto e algumas outras informações úteis como os esforços, detalhamento e custo.

6.6.1 Exemplo 1 com a mão de obra - vão de 15 metros

Os resultados extraídos do *MatLab* para o exemplo 1 com a mão de obra podem ser encontrados na Tabela 19.

Tabela 19 – Resultados Exemplo 1 com a mão de obra - Vão de 15m

Resultados	Unid.	Valor	OBS.
X1	cm	15,0	Altura da mesa
X2	cm	196,4	Altura da alma
X3	cm	20	Espessura da alma
X4	cm	15	Balanço
X5	cm	485	Dist. entre longarinas
X6	MPa	30	f_{ck}
Momento fletor 1	$kN.m$	3348,1	Longarina das pontas
Esforço cortante 1	kN	635,3	Longarina das pontas
Momento fletor 2	$kN.m$	5995,5	Longarina do meio
Esforço cortante 2	kN	1320,4	Longarina do meio
Armadura de pele	-	13 ϕ 6,3	Em cada lado da viga
As da flexão 1	cm^2	39,2	$As_{necessária}$
Armadura de flexão 1	-	8 ϕ 25	Longarina das pontas
Estribos 1	-	ϕ 10 c/30	Longarina das pontas
As da flexão 2	cm^2	74	$As_{necessária}$
Armadura de flexão 2	-	16 ϕ 25	Longarina do meio
Estribos 2	-	ϕ 12,5 c/21	Longarina do meio
Peso	kg/m	6838,4	Peso de 1m da seção
Custo	$R\$/m$	3280	Custo de 1m da seção

Comparando o exemplo 1 com a mão de obra e sem a mão de obra podemos ver que a seção permaneceu praticamente a mesma, porém o f_{ck} de projeto baixou para 30 MPa e como o custo do concreto de 30 MPa é menor que um de 35 MPa, o custo diminuiu.

O custo apresentado na Tabela 19 é referente ao custo dos materiais e a mão de obra, então naturalmente ele será maior que do exemplo 1 anterior pois o outro não tinha a mão de obra. Porém se for comparada o custo sem a mão de obra dos dois, esse será menor pois o f_{ck} é menor e a seção a mesma.

O detalhamento sofreu pequenas alterações nas quantidades e espaçamentos mas as bitolas continuaram a mesma.

6.6.2 Exemplo 2 com a mão de obra - vão de 20 metros

A Tabela 20 apresenta os valores para as variáveis de projeto e outras informações para o exemplo 2 com a mão de obra.

Tabela 20 – Resultados Exemplo 2 com a mão de obra - Vão de 20m

Resultados	Unid.	Valor	OBS.
X1	cm	15,0	Altura da mesa
X2	cm	248,4	Altura da alma
X3	cm	20	Espessura da alma
X4	cm	13,5	Balanço
X5	cm	486,5	Dist. entre longarinas
X6	MPa	45	f_{ck}
Momento fletor 1	$kN.m$	5239,1	Longarina das pontas
Esforço cortante 1	kN	789,6	Longarina das pontas
Momento fletor 2	$kN.m$	9942,2	Longarina do meio
Esforço cortante 2	kN	1715,3	Longarina do meio
Armadura de pele	-	16 ϕ 6,3	Em cada lado da viga
As da flexão 1	cm^2	49	$As_{necessária}$
Armadura de flexão 1	-	10 ϕ 25	Longarina das pontas
Estribos 1	-	ϕ 10 c/30	Longarina das pontas
As da flexão 2	cm^2	98	$As_{necessária}$
Armadura de flexão 2	-	20 ϕ 25	Longarina do meio
Estribos 2	-	ϕ 16 c/30	Longarina do meio
Peso	kg/m	7653,6	Peso de 1m da seção
Custo	$R\$/m$	3831,6	Custo de 1m da seção

Nesse exemplo, diferente ao exemplo 1, o f_{ck} de projeto aumentou e com isso possibilitou a diminuição da viga. Apesar do custo de concreto com 45 MPa ser maior que o de 35 MPa, a diminuição da altura da viga causou uma diminuição do volume de concreto que compensou o aumento do custo de concreto por m^3 .

O detalhamento permaneceu com as mesmas bitolas, mas, com as quantidades um pouco diferente. Apesar dos esforços serem ligeiramente menores que as do exemplo 2 anterior (devido à diminuição da viga causando menos peso próprio), o detalhamento teve mais barras. A causa foi a diminuição da viga e que consequentemente diminuiu o braço

de alavanca entre o centro de gravidade da armadura e o centro de gravidade da área de concreto comprimida.

6.6.3 Exemplo 3 com a mão de obra - vão de 25 metros

Para o exemplo 3 os resultados extraídos do *MatLab* podem ser encontrados na Tabela 21.

Tabela 21 – Resultados Exemplo 3 com a mão de obra - Vão de 25m

Resultados	Unid.	Valor	OBS.
X1	cm	15,0	Altura da mesa
X2	cm	311,4	Altura da alma
X3	cm	20	Espessura da alma
X4	cm	20,8	Balanço
X5	cm	479,2	Dist. entre longarinas
X6	MPa	45	f_{ck}
Momento fletor 1	$kN.m$	7828,5	Longarina das pontas
Esforço cortante 1	kN	986,9	Longarina das pontas
Momento fletor 2	$kN.m$	14869	Longarina do meio
Esforço cortante 2	kN	2111,6	Longarina do meio
Armadura de pele	-	17 ϕ 6,3	Em cada lado da viga
As da flexão 1	cm^2	58,7	$As_{necessária}$
Armadura de flexão 1	-	12 ϕ 25	Longarina das pontas
Estribos 1	-	ϕ 10 c/30	Longarina das pontas
As da flexão 2	cm^2	117,4	$As_{necessária}$
Armadura de flexão 2	-	24 ϕ 25	Longarina do meio
Estribos 2	-	ϕ 16 c/30	Longarina do meio
Peso	kg/m	8630	Peso de 1m da seção
Custo	$R\$/m$	4385	Custo de 1m da seção

O exemplo 3 segue a mesma linha de raciocínio do exemplo 2, com o f_{ck} de projeto aumentando pra 45 MPa, a altura da viga diminuindo consideravelmente e as outras variáveis permanecendo praticamente a mesma coisa. As análises feitas para o exemplo 2 são válidas aqui também. Diferente aos exemplos 1 e 2 que não tinha diferença na bitola utilizada pela análise sem a mão de obra e a com a mão de obra, a bitola

do estribo para a longarina central foi mudada de ϕ 12,5 (na análise sem a mão de obra) para ϕ de 16 mm.

6.6.4 Exemplo 4 com a mão de obra - vão de 30 metros

Para finalizar a Tabela 22 apresenta os resultados para o exemplo 4 com a mão de obra.

Tabela 22 – Resultados Exemplo 4 com a mão de obra - Vão de 30m

Resultados	Unid.	Valor	OBS.
X1	cm	15,0	Altura da mesa
X2	cm	369,1	Altura da alma
X3	cm	20	Espessura da alma
X4	cm	20	Balanço
X5	cm	480	Dist. entre longarinas
X6	MPa	45	f_{ck}
Momento fletor 1	$kN.m$	10781	Longarina das pontas
Esforço cortante 1	kN	1174,1	Longarina das pontas
Momento fletor 2	$kN.m$	2114,2	Longarina do meio
Esforço cortante 2	kN	2557,6	Longarina do meio
Armadura de pele	-	19 ϕ 6,3	Em cada lado da viga
As da flexão 1	cm^2	70,8	$As_{necessária}$
Armadura de flexão 1	-	9 ϕ 32	Longarina das pontas
Estribos 1	-	ϕ 10 c/30	Longarina das pontas
As da flexão 2	cm^2	142,05	$As_{necessária}$
Armadura de flexão 2	-	29 ϕ 25	Longarina do meio
Estribos 2	-	ϕ 16 c/30	Longarina do meio
Peso	kg/m	9535,7	Peso de 1m da seção
Custo	$R\$/m$	5017,4	Custo de 1m da seção

O exemplo 4 também seguiu a mesma linha de raciocínio dos exemplos 2 e 3 com o aumento do f_{ck} do concreto para 45 MPa e uma diminuição na altura da viga.

Nesse exemplo as longarinas das pontas foram detalhadas com barras ϕ de 32 mm, algo que não aconteceu em nenhum dos exemplos feitos até agora.

6.6.5 Análise dos resultados

O exemplo 1 não teve diferenças significativas em relação à seção ótima da ponte. Porém pode-se ver mudança em relação ao f_{ck} que antes era de 35 MPa e agora é de 30 MPa. Como manteve-se a seção e diminuiu o f_{ck} , naturalmente obteve-se pequenas mudanças no detalhamento e com certeza diminuiu o custo pois o concreto de 30 MPa possui um custo menor que o de 35 MPa.

Já nos exemplos 2, 3 e 4 obteve uma diminuição na altura da viga provocada pelo aumento do f_{ck} de 35 MPa para 45 MPa. O custo do concreto com f_{ck} de 45 MPa é maior que o de 35 MPa, porém essa diferença foi suprida com a diminuição da altura das vigas e consequentemente do volume de concreto consumido, resultando assim em um menor custo total da estrutura.

Pode-se ver pequenas mudanças no detalhamento em relação às seções ótimas encontradas sem a mão de obra ocasionadas principalmente pela mudança do f_{ck} de projeto. Mas, mesmo assim as análises feito anteriormente sobre a preferencia da bitola ϕ 6,3 mm para a armadura de pele e ϕ de 25 mm para a armadura de flexão foram observadas também.

Como os exemplos 2, 3 e 4 ficaram com o mesmo f_{ck} ideal de projeto (45 MPa), podemos dizer que pontes com vão livre maior que 20 metros o f_{ck} ideal seria a de 45 MPa, não estendendo essa afirmação para pontes com vãos livre bem mais de 30 metros.

Com as mudanças no f_{ck} pode-se ver que o exemplo 1 continuou na faixa de correlação apresentada anteriormente ($\frac{L}{7,15}$), mas, os outros exemplos ficaram numa faixa de $\frac{L}{7,65}$ devido ao aumento do f_{ck} e que ocasionou a diminuição da altura das vigas.

Concluiu-se então que a mão de obra não proporcionou uma grande diferença na seção ótima apresentada anteriormente, uma vez que as principais diferença foram devido a mudança do f_{ck} de projeto. Lembrando que os valores de custo tanto do material como da mão de obra foram extraídos do software *Eberick* 2018 e que devem ser

atualizados dependendo do local onde será construída a ponte e da produtividade das equipes de construção.

Capítulo 7

Conclusão

O presente trabalho de conclusão de curso visou analisar e otimizar longarinas de pontes em concreto armado. A seção utilizada nos exemplos possui três longarinas com transversinas somente nos apoios, sendo assim foi utilizada o método de Fauchart para a análise dos esforços e o software *SAP 2000* com o método de elementos finitos para validar a análise. O detalhamento foi feito de acordo com as indicações das normas da ABNT e para validar os resultados foi utilizado o software *Eberick*, versão de 2018. Os resultados obtidos para os esforços atuantes e o dimensionamento foram muito satisfatórios, uma vez que o erro entre o código desenvolvido no *MatLab* e os softwares comerciais *SAP 2000* e *Eberick* foi muito baixo.

Como esse processo de otimização focou-se apenas nas longarinas, recomenda-se fazer primeiro uma análise do tabuleiro e definir um valor ou uma faixa de valores para a espessura do tabuleiro. Com essa informação pode-se alterar os limites do X_1 e obter resultados mais condizentes com o que pretendem fazer. Os limites das variáveis de projeto podem ser alterados a qualquer momento de modo a aproximar cada vez mais os modelos gerados pelo algoritmo otimizador do problema real que se encontra, assim como o vão livre da ponte. O ELS não foi contemplado nesse trabalho de conclusão de curso, desta forma aconselha-se realizar sempre uma análise segundo a NBR 6118 (2014)

para ver se respeita todas as limitações do ELS.

Com as seções ótimas obtidas nos exemplos apresentados aqui, pode-se tirar algumas correlações e informações para ajudar um projetista na hora de definir a seção de uma ponte. Em relação as barras de aço viu-se que para a armadura de pele foi utilizada a bitola ϕ 6,3 em todos os exemplos, sendo assim sempre que for possível deve-se detalhar a armadura de pele com essa bitola. A armadura à flexão teve uma grande preferência para a bitola ϕ 25 mm, o que nos leva a dizer que um detalhamento com essa bitola leva quase sempre a uma seção com menos custo. A largura das vigas deve-se utilizar sempre o mínimo possível, pois, ela não ajuda muito na inércia da viga, aumenta bastante o peso próprio da estrutura e poderá ser necessária a utilização de estribos duplos ou seja, é melhor manter a largura no mínimo possível e alterar a altura. Em relação ao f_{ck} de projeto viu-se que para pontes de 20 m a 30 m de vão livre a preferência foi para um f_{ck} de 45 MPa e a ponte de 15 m ficou com um f_{ck} de 30 MPa.

Foi observada uma correlação entre a altura da viga, o f_{ck} de projeto e o vão livre da ponte, sendo que para um f_{ck} de 35 MPa a relação entre a altura da viga e o vão livre foi de aproximadamente $\frac{L}{7,15}$ e que para um f_{ck} de 45 MPa foi de $\frac{L}{7,65}$.

O custo de um metro de ponte foi aumentando na medida que aumentava o vão livre, isso porque a seção foi aumentando consumindo mais concreto e aço. Analisando o custo para cada exemplo percebeu-se que a cada aumento de cinco metros no vão central da ponte, tem-se um aumento de aproximadamente 300 R\$/m no custo dos materiais. Esse aumento quando somado ao custo da mão de obra, passa para aproximadamente 590 R\$/m a cada aumento de 5 metros de ponte.

O resultado final obtido com esse trabalho de conclusão de curso foi muito satisfatório, pois cumpriu-se os objetivos estipulados inicialmente que era de fornecer as seções ótimas de alguns exemplos de pontes e principalmente fornecer dicas e correlações que possam ajudar os projetistas na hora de tomar algumas decisões de projeto. Porém, a maior satisfação é que o algoritmo desenvolvido em *MatLab* pode

ser moldado mudando vários parâmetros de modo a realizar muitos exemplos e aproximar o máximo possível das condições e restrições de cada projeto. Para finalizar é importante destacar que o mínimo global de toda a estrutura da ponte é bem difícil de ser encontrada uma vez que cada decisão interfere em vários aspectos da ponte, então com o presente trabalho buscou-se otimizar as longarinas sendo que o projetista pode alterar qualquer variável de projeto por outro valor de modo que essa escolha tenha um efeito positivo em outros elementos da ponte.

7.1 Trabalhos futuros

A partir dos resultados e das limitações apresentadas por esse trabalho de conclusão de curso, e a fim de trazer novas contribuições para a engenharia civil, sugere-se a realização dos seguintes estudos:

- Otimização de tabuleiros de pontes em concreto armado;
- Análise de longarinas ao Estado Limite de Serviço;
- Comparação entre pontes em concreto armado e concreto protendido;
- Otimização da mesoestrutura e infraestrutura de uma ponte;
- Estudo de caso utilizando códigos de otimização.

Referências

- ABNT. Nbr 6123: Forças devidas ao vento em edificações. *Rio de Janeiro*, 1988.
- ABNT. Nbr 7187: Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido—procedimento. *Rio de Janeiro*, 2003.
- ABNT. Nbr 8681: Ações e segurança nas estruturas-procedimento. *Rio de Janeiro*, 2003.
- ABNT. Nbr 7188: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. *Rio de Janeiro*, 2013.
- ABNT. Nbr 6118: Projeto de estruturas de concreto. *Rio de Janeiro*, 2014.
- ALVES, E. V.; ALMEIDA, S. M. F. de; JUDICE, F. M. de S. Métodos de análise estrutural de tabuleiros de pontes em vigas múltiplas de concreto protendido. *Engevista*, v. 6, n. 2, 2010.
- BASTOS, P. S. d. S. Dimensionamento de vigas de concreto armado à força cortante. *São Paulo: UNESP*, 2017.
- COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E.; WITT, R. J. *Concepts and applications of finite element analysis*. [S.l.]: Wiley New York, 1974. v. 4.
- DEUSCHLE, E. *Estudo de métodos clássicos e numéricos para obtenção de esforços solicitantes em longarinas de pontes*. [S.l.]: Universidade Federal de Santa Catarina Centro Tecnológico Departamento de Engenharia Civil, 2016.
- DUAN, L.; CHEN, W.-F. *Bridge engineering handbook*. [S.l.]: CRC press, 1999.
- FUSCO, P. B. *Estruturas de concreto: Solicitações Normais, Estados Limites Últimos*. [S.l.]: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1981.
- GARCIA, S. L. G. *Taxa de armadura transversal mínima em vigas de concreto armado*. Tese (Doutorado) — Tese de Doutorado, Universidade Federal de Rio de Janeiro, COPPE, RJ, 2002.

- GONÇALVES, M. S.; LOPEZ, R. H.; MIGUEL, L. F. F. Search group algorithm: a new metaheuristic method for the optimization of truss structures. *Computers & Structures*, Elsevier, v. 153, p. 165–184, 2015.
- HOLLAND, J.; GOLDBERG, D. Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. *Massachusetts: Addison-Wesley*, 1989.
- HWANG, U. R. G. P. *et al.* Otimização estrutural e geotécnica de um muro de contenção com o uso do search group algorithm. Florianópolis, SC, 2016.
- NETO, A. G. *Apostila 1*. [S.l.]: Universidade Presbiteriana Mackenzie, 2014.
- NEUFERT, E. *et al.* *Arte de projetar em arquitetura*. [S.l.]: G. Gilli, 2004.
- OLIVEIRA, A.; PIEROTT, R. *Projeto de dimensionamento de uma ponte em concreto armado sobre o Rio Ururáí*. [S.l.]: Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro– UENF Campos dos Goytacazes – RJ, 2016.
- O’CONNOR, C. *Ponte: Superestruturas*. [S.l.]: Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1975.
- PFEIL, W. *Pontes em concreto armado: elementos de projeto, solicitações, dimensionamento*. [S.l.]: Livros Técnicos e Científicos, 1979.
- PFEIL, W. *Pontes em Concreto Armado: elementos de projeto, solicitações, dimensionamento*. [S.l.]: Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. 2ª Edição., 1980.
- SOUZA, R. d. Metodologia para otimização topológica, dimensional e geométrica de estruturas de torres de linhas de transmissão. 62 p. *Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso)—Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina*, p. 29, 2014.
- SPERNAU, w. *Apostila de Pontes*. [S.l.]: Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC – Florianópolis/SC. Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil., 2012.
- STUCCHI, F. R. *Pontes e Grandes Estruturas. Notas de Aula*. [S.l.]: Universidade de São Paulo - Escola Politécnica - Departamento de Estruturas e Fundações. São Paulo, 2006.

TANG, M.-C. Evolution of bridge technology. In: INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR BRIDGE AND STRUCTURAL ENGINEERING. *IABSE symposium report*. [S.l.], 2007. v. 93, n. 31, p. 38–48.

Capítulo 8

Apêndice

8.1 Apêndice A

8.1.1 Validação dos esforços

Para validar os esforços obtidos pelo código utilizando o método Fauchart, foi utilizada o programa *SAP 2000* que usa uma abordagem por elementos finitos. Para a modelagem no *SAP 2000* foi utilizada elementos de barras com seção T simulando as longarinas enquanto que o tabuleiro foi utilizada elementos de placas finas. Sendo assim, não foi considerada o peso próprio calculada pelo sistema pois teria sobreposição (ex. A mesa das longarinas na verdade são partes do tabuleiro, como foram modelados com elementos diferentes teria a sobreposição do peso). Para contornar esse problema foi calculada o peso próprio da estrutura toda como uma carga por m^2 . A Figura 27 apresenta a seção transversal da ponte adotada, sendo que ela possui 30 metros de vão. A Tabela 23 apresenta as ações consideradas na ponte e a Tabela 24 as propriedades das longarinas.

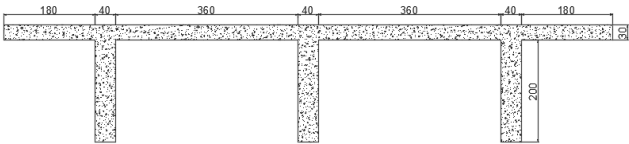


Figura 27 – Seção transversal da ponte adotada (dimensões em cm)

Tabela 23 – Ações consideradas na ponte

Ações	Valor característico	Unidade
Carga morta	15,7	kN/m^2
Peso de veículos	5	kN/m^2
Peso do veículo tipo	60	kN
Peso do guarda corpo	5	kN/m

Tabela 24 – Propriedades

Propriedades	Longarinas	Unidade
Inércia	0,9105	m^4
Y_{cg}	5	m
Área	2,0	m^2

Lembrando que as longarinas são vigas de seção T, sendo que tiveram uma colaboração da laje fazendo com que o b_f fosse de 400 cm

A carga morta da tabela 23 é composta pelo peso próprio da estrutura, do peso de 5cm do asfalto e mais $2\text{kN}/\text{m}^2$ para recapeamento. Como foi considerada a carga de veículo em toda a ponte, mesmo na área ocupada pelo veículo tipo, pode-se diminuir de 75 kN para 60 kN a carga do veículo tipo. Nas combinações de ações foi considerada os coeficientes de impacto vertical, coeficiente numero de faixa e coeficiente impacto adicional majorando as ações de veículo.

Foi feito quatro modelos, uma para obter o maior momento fletor da longarina 1, outra para o maior esforço cortante da longarina 1 e mais dois para a longarina 2. Para longarina 3 não foi feito porque é

igual a longarina 1, devido a simetria da ponte. As Figuras 28, 29, 30 e 31 representam esses casos.

Figura 28 – Maior momento fletor na longarina 1

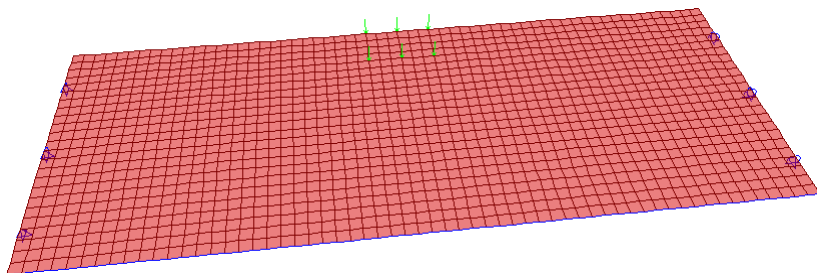


Figura 29 – Maior esforço cortante na longarina 1

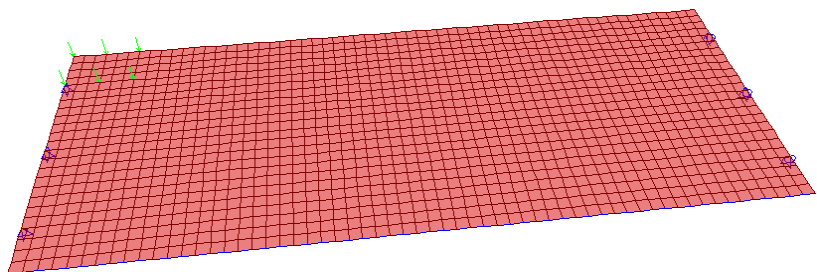


Figura 30 – Maior momento fletor na longarina 2

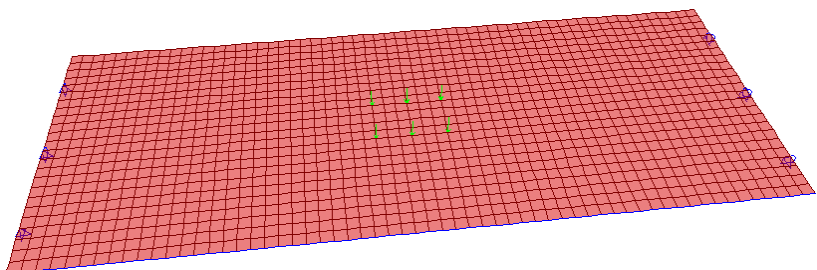
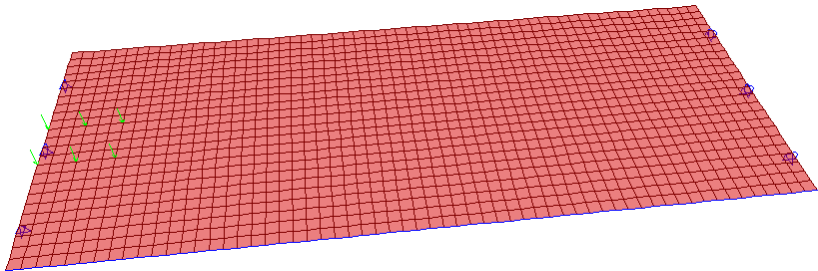


Figura 31 – Maior esforço cortante na longarina 2



Vale lembrar que as Figuras 28, 29, 30 e 31 representam os piores casos para esse exemplo, a posição da carga móvel para outros exemplos não necessariamente seria igual à esses. O código desenvolvido nesse trabalho de conclusão de curso avalia todas as possibilidades movendo a carga móvel cada iteração em uma distância δ_x bem pequena de modo a pegar sempre os piores casos para cada esforço.

A tabela 25 apresenta os resultados obtidos e o erro entre os dois métodos.

Tabela 25 – Comparação de esforços

Casos	MatLab	SAP2000	ERRO (%)
Momento fletor Longarina 1 (kN.m)	19546	18981	2,9
Esforço cortante Longarina 1 (kN)	2530	2592	2,4
Momento fletor Longarina 2 (kN.m)	15790	15828	0,24
Esforço cortante Longarina 2 (kN)	2084	2024	2,87

Após analisar vários exemplos seguindo a mesma linha de raciocínio apresentado para esse exemplo, concluiu-se que os resultados obtidos pelo código no *MatLab* usando o método de Fauchart com os do *SAP 2000* usando o método de elementos finitos são bem baixos para fins de engenharia (menos de 5%) e que o código pode ser utilizado para a otimização.

8.2 Apêndice B

8.2.1 Validação do detalhamento

Para validar o detalhamento obtido pelo código desenvolvido foi utilizado o *Eberick 2018* verificando o detalhamento à flexão e ao cisalhamento de algumas vigas seção T. A ideia foi criar vigas de seção T com a mesma seção dos exemplos usado para validar os esforços e com um carregamento que provoca o mesmo momento fletor e esforço cortante encontrado anteriormente na validação dos esforços. Sendo assim as dimensões das vigas pode ser encontradas na Figura 27 sendo que a largura colaborante para a viga central e as da ponta foram iguais proporcionando que as três longarinas ficassem com a mesma seção com $b_f = 4$ metros. Para ter os mesmos esforços encontrados anteriormente foi aplicada o carregamento apresentado na Tabela 26.

Tabela 26 – Carregamento nas vigas

	unid.	Longarina 1	Longarina 2
Carregamento distribuído	kN/m	116,85	98,22
Carga pontual no meio	kN	108,76	30,48
Momento fletor	kN.m	19546	15790
Esforço cortante	kN	2530	2084

A Tabela 27 apresenta o detalhamento à flexão e a Tabela 28 apresenta o detalhamento ao esforço cortante encontrado pelo software *Eberick* e pelo código desenvolvido nesse trabalho de conclusão de curso.

Tabela 27 – Comparação de detalhamento à flexão

	A_s	<i>MatLab</i>	A_s	<i>Eberick</i> 2018
		detalhamento		detalhamento
Longarina 1	222,88	46 ϕ 25	-	-
	221,15	28 ϕ 32	218,47	28 ϕ 32
	225,59	18 ϕ 40	224,86	18 ϕ 40
Longarina 2	175,3	36 ϕ 25	176,52	36 ϕ 25
	174,37	22 ϕ 32	172,84	22 ϕ 32
	178,65	15 ϕ 40	177,06	15 ϕ 40

Tabela 28 – Comparação de detalhamento ao cisalhamento

	A_{s_w}	<i>MatLab</i>	A_{s_w}	<i>Eberick</i> 2018
		detalhamento		detalhamento
Longarina 1	21,02	ϕ 10 c/14	21,59	ϕ 10 c/14
	21,02	ϕ 12,5 c/23	21,59	ϕ 12,5 c/23
	21,02	ϕ 16 c/30	21,59	ϕ 16 c/30
Longarina 2	15,27	ϕ 10 c/20	15,56	ϕ 10 c/20
	15,27	ϕ 12,5 c/30	15,56	ϕ 12,5 c/30
	15,27	ϕ 16 c/30	15,56	ϕ 16 c/30

Analisando os resultados, podemos ver que o detalhamento teve a mesma quantidade de aço e espaçamentos tanto no *Eberick* como no código desenvolvido no *MatLab*. Uma observação interessante é que o *Eberick* tem uma certa tolerância na área de aço, ele aceita uma quantidade de aço de até 5 % menor do que a área de aço necessária. Para poder comparar com o código do *MatLab* foi desligada essa opção de modo a obter os resultados sempre maior do que a área de aço necessária calculada.

A área de aço necessária foi ligeiramente diferente entre os dois métodos (erro menor que 2%), mas não comprometeu o detalhamento da peça. Essa diferença foi devido a pequenos arredondamentos ao longo do caminho.

No dimensionamento à flexão da longarina 1 o *Eberick* não encontrou uma solução para ϕ de 25 mm. O erro apresentado pelo software foi

que o número de barras excede o limite imposto pelo programa (limite de 40 barras). Essa limitação não é uma prescrição normativa e sim uma limitação do próprio software, sendo assim foi considerada válida o detalhamento apresentado pelo código em *MatLab* para esse caso.

Como o dimensionamento apresentado pelo *Eberick* e pelo código desenvolvido nesse trabalho de conclusão de curso foram iguais, considerou-se o código válido para o processo de otimização.